

מבוא לקומבינטוריקה (88554) \ פרופ' רון עדין
בחינת סיום (מועד ב')

משך הבחינה: שעתיים וחצי (150 דקות).
 מותר להשתמש בדף הנוסחאות המצורף. אין להשתמש בכל חומר עזר אחר (גם לא במחשבון).
 יש לענות על 4 מתוך 5 השאלות. כל השאלות שוות-משקל.
 נא להסביר ולנמק בבירור את הפתרון, ולכלול במחברת את כל החישובים הנחוצים.

בהצלחה!

1. מהו מספר הדרכים להטיל קוביה 60 פעם, בזו אחר זו, כך שסכום התוצאות המתקבלות יהיה 80?
2. מהו מספר הילוכי השריג מהנקודה (0,0) לנקודה (3,6) הנמצאים (פרט לנקודת ההתחלה) ממש מעל לישר $y = x$?
3. מצא את מספר הסדרות (a_1, \dots, a_{20}) של מספרים שלמים זוגיים המקיימים $200 \geq a_1 \geq a_2 \geq \dots \geq a_{20} \geq 50$

4. מצא ביטוי קצר (ללא סכום) עבור

$$\sum_{k=0}^n \binom{2n}{2k} \cdot 2k$$

5. הסדרה (a_n) מקיימת את נוסחת-החזרה הלינארית

$$a_n - 3a_{n-1} + 3a_{n-2} - 2a_{n-3} = 0 \quad (n \geq 3)$$

עם תנאי ההתחלה החלקיים

$$a_0 = 2, \quad a_1 = 1$$

מצא את a_2 אם ידוע כי

$$a_n = O(1) \quad (n \rightarrow \infty)$$