תרגיל 7 : נוסחת ההכללה וההוצאה מן הכלל

(תשובות לשאלות מתוך בחינות)

.1

א) $e_0 = 1000 - 533 + 66 = 533$

ב) $e_0 = 1000 - 1033 + 332 - 33 = 266$

.2

א) $e_0 = 1000 - 616 + 166 - 16 = 534$

ב) $e_1 = 616 - 2 \cdot 166 + 3 \cdot 16 = 332$

.3 $e_1 = 5483 - 2 \cdot 1399 + 3 \cdot 116 = 3033$

.4 $\frac{e_0}{6^n} = \frac{1}{6^n}\left(6^n - 3 \cdot 5^n + 3 \cdot 4^n - 3^n\right)$

.5

א) $e_1 = 783 - 2 \cdot 199 + 3 \cdot 16 = 433$

ב) $e_1 = 783 - 2 \cdot 200 + 3 \cdot 17 = 434$

.6

א) $\frac{e_1}{6^{100}} = \sum_{k=1}^{6} (-1)^{k-1} k \binom{6}{k}\left(1 - \frac{k}{6}\right)^{100}$

ב) $1 - \frac{e_0}{6^{100}} = \sum_{k=1}^{6} (-1)^{k-1} \binom{6}{k}\left(1 - \frac{k}{6}\right)^{100}$

.7 $e_2 = 45 - 3 \cdot 1 = 42$

.8 $e_1 = 675 - 2 \cdot 141 + 3 \cdot 9 = 420$

.9 $\frac{e_3}{6!} = \sum_{k=3}^{6} (-1)^{k-3} \binom{k}{3}\binom{6}{k} \frac{(6-k)!}{6!} = \sum_{t=0}^{3} \frac{(-1)^t}{3!t!}$

.10

א) $\frac{e_0}{6^n} = \frac{1}{6^n}\left(6^n - 3 \cdot 5^n + 3 \cdot 4^n - 3^n\right)$

ב) $\frac{e_1}{6^n} = \frac{1}{6^n}\left(3 \cdot 5^n - 6 \cdot 4^n + 3 \cdot 3^n\right)$

.11

א) $a(n,2)=2$, $a(n,3)=3\cdot(2^n-2)$.

ב) $a(n,k)=e_1=\sum_{i=1}^{k}(-1)^{i-1}i\binom{k}{i}(k-i)^n$

.12 $e_0=\sum_{k=0}^{n}(-1)^k\binom{n}{k}(2n-k)!$

.13 $e_0=10000-6528+778-7=4243$

.14 $e_k=\sum_{i=k}^{n}(-1)^{i-k}\binom{i}{k}\binom{n}{i}(n-i)!=\frac{n!}{k!}\sum_{j=0}^{n-k}\frac{(-1)^j}{j!}$

.15

א) $e_0=3000-2350+600-50=1200$

ב) $e_0=3000-1850+500-50=1600$ (6 ,4 אינם זרים!)

.16 $\frac{e_0}{6^n}=\sum_{k=0}^{6}(-1)^k\binom{6}{k}\left(1-\frac{k}{6}\right)^n$

.17 $e_0=\sum_{k=0}^{6}(-1)^k\binom{n}{k}\frac{(m-k)!}{(m-n)!}$

.18 $\frac{e_3}{6^n}=\sum_{k=3}^{6}(-1)^{k-3}\binom{k}{3}\binom{6}{k}\left(1-\frac{k}{6}\right)^n$

.19 $\frac{e_0}{10^{100}}=\sum_{k=0}^{10}(-1)^k\binom{10}{k}\left(1-\frac{k}{10}\right)^{100}$