

תרגיל 1 : מהי קומבינטוריקה?

1. הראה שלוח שחמט בגודל $m \times n$ ניתן לכיסוי מלא ע"י אבני דומינו אם ורק אם השטח mn הוא זוגי.
2. נניח שמסירים משבצת אחת מלוח שחמט בגודל $m \times n$ כאשר mn אי-זוגי. הוכח:
 - א) אם המשבצת היא באותו צבע כמו 4 המשבצות הפינתיות אז יש ללוח הנוותר כיסוי מלא (ע"י אבני דומינו).
 - ב) אם המשבצת אינה באותו צבע כמו המשבצות הפינתיות אז ללוח הנוותר אין כיסוי מלא.
3. (!) נניח שמסירים מלוח שחמט בעל שטח זוגי שתי משבצות בצבעים שונים. האם תמיד אפשר לכסות את כל הלוח הנוותר ע"י אבני דומינו, או שזה תלוי במיקום המשבצות?
4. מצא את מספר הכיסויים המלאים של לוח בגודל 3×4 .
5. (בונוס!) [שייך גם לתרגיל 6: נוסחאות נסיגה] מצא את מספר הכיסויים המלאים של לוח בגודל $3 \times n$.
6. נסה לשפר את החסמים מלעיל ומלרע (שראינו בשעור) עבור מספר הכיסויים של לוח בגודל $2m \times 2n$.
7.
 - א) (!) לוח שחמט בגודל 6×6 אפשר לכסות ע"י 18 אבני דומינו. הוכח שלכל כיסוי כזה קיים ישר (אופקי או אנכי) החותך את הלוח לשני חלקים בלי לחתוך אף אבן דומינו.
 - ב) מה לגבי לוח בגודל 8×8 ?