

## אלגברה יישומית (88374) \ פרופ' רון עדין בחינת סיום (מועד א')

משך הבחינה: שעתיים וחצי (150 דקות).  
אין להשתמש בכל חומר עזר, פרט למחשבון.  
יש לענות על 4 מתוך 5 השאלות. כל השאלות שוות-משקל.  
נא להסביר ולנמק בבירור את הפתרון, ולכלול במחברת את כל החישובים הנחוצים.

*בהצלחה!*

1.  
(א) הראה כיצד להכפיל שני פולינומים ממעלה קטנה מ- $2n$  בעזרת פחות מ-4 פעולות כפל של פולינומים ממעלה קטנה מ- $n$ .  
(ב) הסבר כיצד ניתן להשתמש בסעיף א' כדי להכפיל שני פולינומים ממעלה קטנה מ- $n$  בעזרת  $O(n^{\log_2 3})$  פעולות כפל בין מספרים.
2. בתחילתו של משחק "מחשבת" פזורים חיילים בחלק מנקודות השריג בפס האופקי  $\{(x, y) \in \mathbb{Z}^2 \mid y \in \{-1, 0\}\}$ . בכל צעד של המשחק "קופץ" חייל מעל חייל סמוך לו (אופקית או אנכית) ומוריד אותו מהלוח.  
(א) מצא מצב התחלתי שממנו ניתן להביא חייל לנקודת שריג  $(x, y)$  בגובה  $y = 3$ .  
(ב) הוכח שבתנאים הנ"ל לא ניתן להביא חייל לנקודת שריג  $(x, y)$  בגובה  $y = 4$ .
3.  
(א) נסח והוכח את חסם סינגלטון לקוד ליניארי.  
(ב) תן דוגמה מפורשת של קוד ליניארי (ממימד  $1 < k < n$ ) עבורו מתקיים החסם הנ"ל כשוויון.
4.  
(א) הגדר: אורך תיקון הפרץ (burst) של קוד.  
(ב) הוכח: קוד ליניארי באורך  $n$  ומימד  $k$  יכול לתקן פרץ באורך  $(n-k)/2$  לכל היותר.
5. יהי  $C$  קוד המינג בינארי באורך 7.  
(א) רשום מטריצת בדיקת זוגיות עבור הקוד, והוכח שמרחקו  $d = 3$ .  
(ב) הקוד  $C$  משמש לקידוד שידורים בערוץ בינארי סימטרי עם הסתברות שגיאה  $p = 0.1$  לכל אות (ביט). חשב את הסתברות השגיאה למילה באורך 7.