

אלגברה יישומית (88374) \ פרופ' רון עדין בחינה לדוגמה

משך הבחינה: שעתיים וחצי (150 דקות).
אין להשתמש בכל חומר עזר, פרט למחשבון.
יש לענות על 5 מתוך 6 השאלות. כל השאלות שוות-משקל.
נא להסביר ולנמק בבירור את הפתרון, ולכלול במחברת את כל החישובים הנחוצים.

בהצלחה!

1. נסח את אלגוריתם FFT.

2.

(א) הגדר: מרחק המינג.

(ב) נסח והוכח את חסם המינג (חסם אריזת הכדורים) לקוד q -ארי.

3.

(א) הגדר: טבלת תסמונות (סינדרומים).

(ב) חשב טבלת תסמונות עבור הקוד הלינארי הבינרי עם מטריצת בדיקת זוגיות

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in F_2^{3 \times 5}$$

4.

(א) הגדר: מטריצה יוצרת ומטריצת בדיקת זוגיות של קוד לינארי.

(ב) יהי C קוד לינארי עם מטריצת בדיקת זוגיות $H \in F_2^{3 \times 5}$

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

מצא עבורו מטריצה יוצרת G .

5.

(א) עבור שדה סופי F הגדר איזומורפיזם (של מרחבים וקטוריים)

$$\varphi: F[x]/(x^n - 1) \rightarrow F^n$$

(ב) הוכח: תת-קבוצה $\varphi(C)$ של F^n היא קוד (לינארי) ציקלי אם C היא

$$F[x]/(x^n - 1).$$

6.

(א) הגדר: קוד BCH עם פרמטרים d, c, n, q . (רשום את ההגבלות על הפרמטרים.)

(ב) הוכח: אם C קוד BCH עם פרמטרים כנ"ל, אז מרחק הקוד $d(C) \geq d$.