$x_2 = x_1$. סתירה.

כלומר שני הנקודות שונים.

מספר הנקודות $y \in A^n$ שמקיימות $d(x,y) = k$ הוא ($x \in A^n$ שרירותי, $0 \le k \le n$)

$$\binom{n}{k}(q-1)^k$$

לכן מספר הנקודות $B(x,t)$ הוא

$$|B(x,t)| = \sum_{k=0}^{t} \binom{n}{k}(q-1)^k$$

מספר הנקודות בכדור של רדיוס t סביב c (הכדור) יהיה:

$$|c| \cdot \sum_{k=0}^{t} \binom{n}{k}(q-1)^k$$

מספר כל שפת הקוד $q^n = |A^n|$.

□

הגדרה:
אם מתקיים שוויון במשפט, כלומר קוד C נקרא **מושלם** (perfect) (כלומר t כלשהו!)

קודים לינאריים (המשך)

הגדרה מטריצת בדיקה:

$A = \mathbb{F}_q$ שלפחות ($H \in M_{(n-k)\times n}(\mathbb{F}_q)$ קבועה סופית)

משפט: (לסה שהיא בקורסים) אם $q = |A|$, $t = \left\lfloor \frac{d(C)-1}{2} \right\rfloor$ אז

$$q^n \le q^{n-k} \cdot |c| \cdot \sum_{k=0}^{t} \binom{n}{k}(q-1)^k$$

קוד נקרא **מושלם** perfect אם הוא מקיים את השוויון (בהכרח t יהיה שלם).

קודים ליניאריים

הגדרה: קוד C שהאלפבית A הוא שדה סופי $\mathbb{F}$.

הגדרה:
קוד $C \subseteq \mathbb{F}^n$ נקרא **ליניארי** אם הוא $\mathbb{F}$-מרחב וקטורי של $\mathbb{F}^n$.

מאפיינים שקולים:
C נקרא ליניארי:
א) **סגירות לחיבור:**
$$\forall c_1, c_2 \in C \Rightarrow c_1 + c_2 \in C$$
ב) **סגירות לכפל בסקלר:**
$$\forall c \in C, \alpha \in \mathbb{F} \Rightarrow \alpha \cdot c \in C$$
ג) $C \neq \emptyset$: ברגע שקוד, $C \ni (0,\dots,0) = \vec{0}$