

בחינת סיום (מועד ב') בקורס
מבנים דיסקרטיים להנדסה (83217)
מרצה: פרופ' רון עדין

משך הבחינה: שעתיים וחצי (150 דקות).
יש לענות על 5 מתוך 6 השאלות. כל השאלות שוות-משקל.
אין להשתמש בחומר עזר, פרט למחשבון פשוט.
מותר להשתמש בכל משפט שנלמד בשעור או בתרגיל. נא להסביר באופן ברור את דרך הפתרון,
ולכלול במחברת את כל החישובים הנחוצים. גם לטיוטות יש להשתמש במחברת הבחינה בלבד,
בעמודים נפרדים שיסומנו "טיוטה".

בהצלחה!

1. (א) תהי G חבורה קומוטטיבית, ויהיו $g, h \in G$ כך שהסדר של g הוא 2 והסדר של h הוא 3. מהו הסדר של gh ? נמק היטב.
(ב) מצא בחבורה הסימטרית S_3 איבר g מסדר 2 ואיבר h מסדר 3, וחשב את הסדר של gh . האם התוצאה סותרת את סעיף א'?
2. תהי D_6 חבורת הסימטריה של משושה משוכלל.
(א) רשום את כל אברי D_6 כתמורות על קדקדי המשושה. מה מספר האיברים?
(ב) מה יכול להיות הסדר של תת-חבורה של D_6 , לפי משפט לגרנז'?
(ג) רשום תת-חבורה מסדר 3 של D_6 , ותאר את אבריה באופן גאומטרי.
3. קבע, בכל סעיף, האם האיבר הפיך בחוג הנתון; ואם כן – מצא את ההפכי שלו.
(א) $\overline{52}$ בחוג \mathbb{Z}_{81} .
(ב) $\overline{42}$ בחוג \mathbb{Z}_{141} .
4. (א) הוכח שהפולינום $x^2 + x + \overline{2}$ אי-פריק בחוג $\mathbb{Z}_3[x]$.
(ב) מצא שדה בעל 9 איברים (רשום את כל האיברים והסבר מה הן הפעולות).
(ג) מצא, בשדה שמצאת בסעיף ב', הפכי לאחד האיברים (שאיננו $\overline{0}$, $\overline{1}$ או $\overline{2}$).
5. תהי $\Sigma = \{0,1\}$.
(א) כתוב ביטוי רגולרי עבור השפה $L \subseteq \Sigma^*$ המכילה את כל המלים המתחילות ומסתיימות ב-0, או שיש בהן מספר זוגי של אפסים. למשל:
 $0, 001, 0010 \in L; 0001 \notin L$
(ב) רשום אוטומט סופי (לא דטרמיניסטי) המקבל את השפה הנ"ל.
6. יהי $\Sigma = \{0,1\}$.
(א) הוכח שהשפה $L = \{0^n 10^{n+2} \mid n \geq 0\}$ איננה רגולרית.
(ב) הראה שהשפה $L = \{0^m 10^n \mid n - m \text{ זוגי (חיובי, שלילי או אפס)}\}$ היא רגולרית.