88217-תרגיל 3:

1. תהי $G=\{a_1,...,a_n\}$ חבורה קומוטטיבית. $b=a_1\cdots a_n$. הוכח:

א. $b^2=e_G$

ב. אם אין ב-G איבר מסדר 2 אז b=e .

ג. אם יש ב G איבר יחיד מסדר 2 אז הוא b .

2. בטאו את התמורות הבאות כמכפלת מחזורים זרים ומיצאו $\pi\circ\sigma,\sigma\circ\pi,\pi^{-2},\sigma^3$:

$$\pi=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\6&2&5&1&3&4\end{pmatrix},\sigma=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\1&3&5&6&2&4\end{pmatrix}$$

3. כזכור איזומורפיזם של חבורות $f:G\to H$ שומר פעולה, חח"ע ועל. הוכיחו:

א. שהוא גם מעביר יחידה ליחידה (כלומר: $f(e_G)=e_H$).

ב. שהוא גם מעביר הופכי להופכי (כלומר: $f(a^{-1})=(f(a))^{-1}$).

ג. שהוא גם מעביר חזקה לחזקה (כלומר: $f(a^n)=(f(a))^n$).

ד. שסדר איבר בתחום הוא כסדר תמונתו בטווח(כלומר: $a^m=e_G\Rightarrow(f(a))^m=e_H$).

4.הראה כי $(Z_4,+)\cong(Z_5{}^x,\times)$.

5.G חבורה קומוטטיבית, $g,h\in G:g^2=h^3=e_G$ (כלומר 2 סדר של g ו 3 סדר של h).

מהו הסדר של gh ?

6. מצאו ב S_3 אייברים g,h כבשאלה 5. מהו סדר gh? האם זה מהווה סתירה ל 5?