

בחינת סיום (מועד א') בקורס
מתמטיקה בדידה למהנדסים (83116)
מרצה: פרופ' רון עדין

משך הבחינה: שעתיים וחצי (150 דקות).
מותר להשתמש במחשבון פשוט; אסור להשתמש בכל חומר עזר אחר.
יש לענות על כל 5 השאלות. כל השאלות שוות-משקל.
נא להסביר באופן ברור את דרך הפתרון, ולכלול במחברת את כל החישובים הנחוצים. גם לטיוטות יש להשתמש במחברת הבחינה בלבד, בעמודים נפרדים שיסומנו "טיוטה".

מהצחה!

1. ציירו דיאגרמות ון עבור שני האגפים והוכיחו (לא בעזרת הדיאגרמות):
 $(A \setminus B) \cup C \supseteq (A \cup C) \setminus (A \cap B)$

תנו דוגמא שבה אין שוויון.

2. תהי

$$X = \{0,1,2\}^{\{a,b\}} = \{f : \{a,b\} \rightarrow \{0,1,2\} \mid f \text{ is a function}\}$$

(א) רשמו את כל הפונקציות (אברי X) שהן חד-חד-ערכיות.

(ב) נגדיר:

$$R := \{(f_1, f_2) \in X \times X \mid f_1(a) + f_1(b) = f_2(a) + f_2(b)\}$$

הוכיחו: R הוא יחס שקילות על X .

(ג) רשמו את כל מחלקות השקילות (אברי X/R).

3. בכמה דרכים ניתן לרצף שפת-מדרכה באורך n על-ידי שימוש במרצפות מ-5 צבעים (שחור, לבן, אדום, חום וכחול) כאשר המרצפות הלבנות והשחורות הן באורך 1 ושאר המרצפות באורך 2? חשבו עבור כמה ערכים קטנים של n , רשמו נוסחת חזרה, פתרו ומצאו נוסחה מפורשת.

4.

(א) רשמו בצורת DNF ובצורת CNF את הפונקציה

$$f := (p \vee (q \rightarrow \neg r)) \rightarrow (q \rightarrow p)$$

והסיקו ביטוי קצר ככל האפשר עבור f .

(ב) הוכיחו: $\{\neg, \wedge\}$ היא קבוצת קשרים שלמה.

5.

(א) הוכיחו (בכל דרך שתבחרו):

$$\sum_{k=0}^n k \binom{n}{k} = n \cdot 2^{n-1} \quad (n \geq 1)$$

(ב) מהו מספר הפתרונות של המשוואה $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 50$ כאשר x_i הם שלמים אי-שליליים? נמקו.