

תרגיל 7 - נוסחאות נסיגה

1. פתרו את נוסחאות הנסיגה:

א.

$$a_n - a_{n-1} - 6a_{n-2} = 0 \quad (n \geq 2)$$

$$a_0 = 5, \quad a_1 = 0$$

ב.

$$a_n - 2a_{n-1} - a_{n-2} + 2a_{n-3} = 0 \quad (n \geq 3)$$

$$a_0 = 2, \quad a_1 = 10, \quad a_2 = 8$$

ג.

$$a_n - a_{n-1} - 2a_{n-2} = 4 \cdot 3^n \quad (n \geq 2)$$

$$a_0 = 2, \quad a_1 = 7$$

2. פתרו את נוסחאות הנסיגה:

א.

$$a_n - a_{n-1} - 6a_{n-2} = 4 \cdot 3^n \quad (n \geq 2)$$

$$a_0 = 8, \quad a_1 = 2$$

ב.

$$a_n - 6a_{n-1} + 9a_{n-2} = 4 \quad (n \geq 2)$$

$$a_0 = 2, \quad a_1 = 10$$

ג.

$$a_n - a_{n-1} - 2a_{n-2} = 3 \cdot 2^n \quad (n \geq 2)$$

$$a_0 = 2, \quad a_1 = 5$$

3. נניח ש- $a_n$  הוא מספר הסדרות באורך  $n$  של הספרות 0,1,2 כך שאסור ששתי ספרות 2 יופיעו זוליד זו; למשל, אם  $n = 4$  אז הסדרות 0112 ו-0102 הן חוקיות, אבל הסדרה 0221 לא חוקית כי יש בה שתי ספרות 2 צמודות. הוכיחו ש- $a_n$  מקיים את נוסחת הנסיגה עם תנאי ההתחלה

$$a_n - 2a_{n-1} - 2a_{n-2} = 0 \quad (n \geq 3)$$

$$a_1 = 3, \quad a_2 = 8$$

ומצאו נוסחה מפורשת ל- $a_n$ .4. יהי  $a_n$  מספר הסדרות באורך  $n$  של 0 ו-1 כך שיש לפחות זוג אחד של 1-ים צמודים זה לזה;למשל, אם  $n = 4$  אז הסדרות 10011 ו-01110 הן חוקיות אבל הסדרה 01010 לא חוקית כי אין בה זוג של 1-ים צמודים. הוכיחו ש- $a_n$  מקיימת את נוסחת הנסיגה עם תנאי ההתחלה

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + 2^{n-2} \quad (n \geq 3)$$

$$a_1 = 0, \quad a_2 = 1$$

ומצאו נוסחה מפורשת ל- $a_n$ .