

תרגיל 3 – תורת הקבוצות

1. תהי $A = \{1, 2, 3\}$ ונגדיר יחס R על $P(A)$ על-ידי $R = \{(B, C) \mid B \subseteq C \subseteq A\}$.
כתבו במפורש את היחס R ושרטטו גרף דו-צדדי מתאים.
2. קבעו האם הפונקציות הבאות הן חח"ע, על, או חח"ע וגם על:
א. $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}$, $f(x) = 2|x| + 1$ אם $x \leq 0$, $f(x) = 2x$ אם $x > 0$.
ב. A קבוצה כלשהי, $f: P(A) \rightarrow P(A)$ מוגדרת ע"י $f(B) = A \setminus B$.
ג. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (1 - |2x - 1|) / 2$.
- ד. $f: \mathbb{N} \rightarrow P(\mathbb{N})$ מוגדרת ע"י:
קבוצת המחלקים של n $f(n) = n$ (לדוגמא: $f(10) = \{1, 2, 5, 10\}$, $f(12) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$).
3. תהי $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ מוגדרת לפי:
מספר הספרות בכתיבה העשרונית של n $f(n) = n$ (לדוגמא: $f(12) = 2$, $f(12443) = 5$). מצאו את:
א. $f[\{1789, 122221, 313\}]$
ב. $f^{-1}[\{1, 2, 3\}]$
ג. $(f \circ f)(333)$ (הסימן \circ מסמל הרכבה).
4. נתונות הקבוצות $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{x, y, z\}$ והיחסים $R \subseteq A \times B$, $S \subseteq B \times A$:
 $R = \{(1, x), (1, y), (2, z), (3, z), (4, x)\}$
 $S = \{(x, 1), (x, 2), (y, 2), (z, 1), (z, 4)\}$
חשבו: SoR , RoS , S^{-1} , R^{-1} .
5. א. תנו דוגמא לקבוצות A, B, C ופונקציות $f: A \rightarrow B$, $g: B \rightarrow C$, כך שהפונקציות $g \circ f$ ו- g הן על ואילו הפונקציה f היא לא על.
ב. האם ייתכן ש $f: A \rightarrow B$ חח"ע, $g: B \rightarrow C$ לא חח"ע ובכל זאת $g \circ f$ חח"ע?