משתנה מקרי פואסוני, למשל:
1. מספר טעויות הדפוס בעמוד בספר,
2. מספר מספרי הטלפון השגויים המחייגים ביום,
3. מספר חלקיקי- α שפולט חומר רדיואקטיבי כלשהו בפרק זמן נתון.

משתנים מקריים רציפים

הגדרה 1. משתנה מקרי ξ נקראת בשם **"משתנה מקרי רציף"** אם :

א) פונקציית ההתפלגות שלו $F_\xi(x)$ רציפה בכל הישר

ב) הנגזרת $f_\xi(x)=F'_\xi(x)$ קיימת ורצפה בכל מקום, פרט אולי למספר נקודות שכל רווח סופי מכיל לכל היתר מספר סופי מהן. לנגזרת $f_\xi(x)$ קוראים **"פונקציית הצפיפות"** של משתנה מקרי ξ.

טענה 1.

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_\xi(y)dy=1 \qquad , F_\xi(x)=\int_{-\infty}^{x} f_\xi(y)dy$$

$$, P\{a\le x\le b\}=P\{a<x\le b\}=P\{a\le x<b\}=P\{a<x<b\}$$

$$P\{\xi\in A\}=P\{\omega\in\Omega \mid \xi(\omega)\in A\}=\int_A f_\xi(y)dy$$

הגדרה 2. יהי ξ משתנה מקרי רציף. התוחלת של ξ ניתנת על ידי:

$$E[\xi]=\int_{-\infty}^{\infty} x f_\xi(x)dx$$

כאשר יש התכנסות מוחלטת, כלומר

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x| f_\xi(x)dx<\infty$$

טענה 2. יהי משתנה מקרי רציף $\xi\ge 0$, אז –

$$E[\xi]=\int_0^{\infty} P\{\xi>x\}dx$$

טענה 3. אם ξ הוא משתנה מקרי רציף, אז לכל פונקציית ממשית g מתקיים -

$$E[g(\xi)]=\int_0^{\infty} g(x)f_\xi(x)dx$$

כאשר יש התכנסות מוחלטת, כלומר

$$.\int_0^{\infty} |g(x)| f_\xi(x)dx<\infty$$

טענה 4. $E[a\xi+b\eta]=aE[\xi]+bE[\eta]$

הגדרה 4. אומרים על משתנה מקרי ξ $(\xi=N(\mu,\sigma^2))$ שהוא משתנה מקרי **נורמאלי**, או של- ξ יש **התפלגות נורמאלית**, עם פרמטרים μ ו- σ^2 אם פונקציית הצפיפות שלו נתונה על-ידי-

$$f_\xi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-(x-\mu)^2/(2\sigma^2)} \qquad ,-\infty<x<\infty$$

טענה 5.

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2/2}dx=\sqrt{2\pi}$$

טענה 6. יהי ξ משתנה מקרי נורמאלי עם פרמטרים μ ו- σ^2, אז

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_\xi(x)dx = 1, \qquad E[\xi] = \mu, \qquad Var(\xi) = \sigma^2$$

טענה 7. יהי ξ משתנה מקרי נורמאלי עם פרמטרים μ ו- σ^2, אז $\eta = a\xi + b$ הוא משתנה מקרי נורמאלי עם פרמטרים $a\mu + b$ ו- $a^2\sigma^2$.

הגדרה 5. משתנה מקרי נורמאלי עם פרמטרים 0 ו-1 ($\xi = N(0,1)$) נקראת בשם משתנה מקרי נורמאלי סטנדרטי $Z = N(0,1)$,

$$F_{N(0,1)}(x) = F_Z(x) = \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-y^2/2} dy$$

טענה 8.

$$-\infty < x < \infty, \qquad \Phi(-x) = 1 - \Phi(x),$$

$$F_{N(\mu,\sigma^2)}(x) = P\{N(\mu,\sigma^2) < x\} = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$

הגדרה 6. נאמר ש- ξ הוא **משתנה מקרי אחיד** ב קטע $[a,b]$ אם פונקציית הצפיפות שלו נתונה על-ידי-

$$f_\xi(x) = \begin{cases} 1/(b-a), x \in [a,b] \\ 0, x \notin [a,b] \end{cases}.$$

טענה 9. $E[\xi] = (b+a)/2$, $Var(\xi) = (b-a)^2/12$.

הגדרה 7. נאמר ש- ξ הוא **משתנה מקרי מעריכי** עם פרמטר $\lambda > 0$, אם פונקציית הצפיפות שלו נתונה על-ידי-

$$f_\xi(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, x \ge 0 \\ 0, x < 0 \end{cases}.$$

טענה 10. $E[\xi] = 1/\lambda$, $Var(\xi) = 1/\lambda^2$.