

פתרון תרגיל 5

1.

א. $\binom{5}{1} \cdot 9^5$
 ב. $9 \cdot 10^5 - 8 \cdot 9^5$
 ג. $9 \cdot 10^5 - 9^6$
 ד. $9^5 + \binom{5}{1} \binom{8}{1} \cdot 9^4$

2.

א. $10!$
 ב. $5 \cdot 4 \cdot 8!$
 ג. $2 \cdot 5! \cdot 5!$
 ד. $5! \cdot 6!$
 ה. $5! \cdot (2!)^5$

3.

א. $9!$
 ב. אין משמעות לקצוות במעגל
 ג. $4! \cdot 5!$
 ד. $5! \cdot 5!$
 ה. $4! \cdot (2!)^5$

4.

א. k^{10k}
 ב. $\binom{10k}{10} \cdot \binom{10k-10}{10} \cdot \binom{10k-20}{10} \cdots \binom{20}{10} \cdot \binom{10}{10} = \frac{(10k)!}{(10!)^k}$
 ג. $\frac{1}{k!} \binom{10k}{10} \cdot \binom{10k-10}{10} \cdot \binom{10k-20}{10} \cdots \binom{20}{10} \cdot \binom{10}{10} = \frac{(10k)!}{(10!)^k \cdot k!}$

5.

א. $\binom{3n}{2n} \cdot n!$
 ב. $\binom{3n}{2n} \cdot (3n)^n$
 ג. בלתי אפשרי

6.

א. אם $n \leq k$ ישנם $p(k, n) = \frac{k!}{(k-n)!}$ אפשרויות.
 ב. אם $n > k$ ישנם $p(n, k) = \frac{n!}{(n-k)!}$ אפשרויות.

7. $\binom{k+1}{n}$

$$8. \binom{n-k+1}{k}$$

9.

$$א. \binom{14}{4}$$

$$ב. \binom{2}{1} \binom{4}{1} \binom{5}{1} \binom{3}{1}$$

$$ג. \binom{2+4}{1} \binom{5+3}{1}$$

$$ד. \binom{2}{1} \binom{4}{1} \binom{5}{1} + \binom{2}{1} \binom{3}{1} \binom{4}{1} + \binom{2}{1} \binom{3}{1} \binom{5}{1} + \binom{3}{1} \binom{4}{1} \binom{5}{1}$$

$$10. \binom{n-1+k}{k}$$

11. אלגברית:

$$\binom{n}{2} + \binom{n+1}{2} = \binom{n}{2} + \binom{n}{2} + \binom{n}{1} = 2 \cdot \binom{n}{2} + \binom{n}{1} = 2 \cdot \frac{n!}{2!(n-2)!} + \frac{n!}{(n-1)!} = n \cdot (n-1) + n = n^2$$

קומבינטורית:

את מספר המילים באורך 2 מעל הא"ב $\{1, 2, \dots, n\}$ נוכל לחשב בשתי דרכים:

א. לאות הראשונה n אפשרויות, לאות השניה n אפשרויות ולכן n^2 אפשרויות.

ב. נספור תחילה את מספר המילים בעלי אותיות שונות -

$$n \cdot (n-1) = \frac{n!}{(n-2)!} = 2 \cdot \binom{n}{2}$$

$$n \text{ ולכן יש } 2 \cdot \binom{n}{2} + \binom{n}{1} \text{ אפשרויות.}$$

$$12. \text{ אלגברית: } \frac{n}{k} \binom{n-1}{k-1} = \frac{n}{k} \cdot \frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-k)!} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \binom{n}{k}$$

קומבינטורית:

$$\binom{k}{1} \cdot \binom{n}{k} = \binom{n}{1} \cdot \binom{n-1}{k-1}$$

תהי $A = \{1, 2, \dots, n\}$, את מספר האפשרויות לבחור תת קבוצה בגודל k ואז לבחור

איבר אחד מתוך תת הקבוצה נוכל לחשב בשתי דרכים:

$$א. \binom{n}{k} \cdot \binom{k}{1}$$

ב. נבחר איבר אחד מתוך A ואז נבחר לו תת קבוצה בגודל k שהוא שייך

$$\text{אליה, ולכן יש } \binom{n}{1} \cdot \binom{n-1}{k-1} \text{ אפשרויות.}$$

13. הכללה של השאלה הקודמת עם m במקום 1.