

מתמטיקה בדידה, תרגיל מס' 7, 195-88—מתמטיקה

1. מהו מס' המזערי של צלעות בגרף עם n קודקודים מקוטור 2 (קוטור זה מרחק המרבי בין הקודקודים)?
2. יהי G גרף לא מכוון, שאיננו קשיר. הוכיחו כי גרף המשלים של G קשיר וקוטור שלו הוא לכל היותר שתיים. (הגרף המשלים הוא הגרף שמתקבל מהגרף אם מוסיפים כל צלעות שאינם נמצאים, ומוחקים כל הצלעות שנמצאים—ז"א $\{u, v\}$ הוא צלע במשלים אם"ם הוא אינו צלע ב G)
3. $G=(V,E)$ הוא גרף לא מכוון. הוכיחו כי אם לכל $e \in E$ הגרף $G - \{e\}$ הוא עץ, אז G הוא מעגל.
4. כמה מעגלים פשוטים שונים יתכנו (לכל היותר) בגרף בעל n קודקודים.
הגדרה: גרף נקרא **דו-צדדי** אם ניתן לחלק את קודקודיו לשתי קבוצות כך שכל אם שני קודקודים שכנים (על אותו צלע) אחד מהם נמצא בכל קבוצה.
5. הוכיחו כי אם הגרף הדו צדדי $G=(V,E)$ עם חלוקה ל-2 קבוצות B ו- W מכיל מעגל המילטוני, אז $|B| = |W|$
6. היעזר ב-4 על מנת להוכיח כי גרף דו-צדדי מלא מכיל מעגל המילטוני אם"ם $m=n$.
נניח שלעץ T יש בדיוק קודקוד אחד מדרגה $2,3,\dots,m$ וכל השאר מדרגה 1. כמה קודקודים יש בעץ T ?

