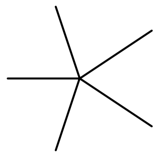
1. n-1 צלעות. מתקבל בגרף כוכב- יש קודקוד אחד משותף לכל הצלעות ושאר הקודקודים הם עלים.
לא יתכן שנמצא גרף מקוטר 2 עם פחות מ-(n-1) קשתות, כי בגרף קשיר עם n קודקודים יש לפחות n-1 קשתות. (גרף לא קשיר הוא מקוטר אינסוף)
דוגמא לגרף עבור n=6 :



2. אם G=(V,E) לא קשיר אז קיימים לפחות 2 רכיבי קשירות.
יהיו v_1, v_2 איברים ב-V נראה שקיים בינהם מסלול ב-משלים של G

מקרה א: אם v_1, v_2 נמצאים ברכיבי קשירות שונים, אז הקשת $\{v_1, v_2\} \in \bar{G} \Leftarrow \{v_1, v_2\} \notin G$ ומצאנו מסלול

מקרה ב: אם v_1, v_2 נמצאים באותו רכיב קשירות, אז יהי u קודקוד ברכיב קשירות אחד (קיים לפחות אחד כזה לפי הנתון) ומתקיים ש-
$\{u, v_1\} \in \bar{G}, \{u, v_2\} \in \bar{G} \Leftarrow \{u, v_1\} \notin G, \{u, v_2\} \notin G$ ולכן ב- משלים של G יש מסלול מ- v_1 ל- v_2 והוא (v_1, u, v_2).

במקרה א) הקוטר הוא 1 ובמקרה ב) הקוטר הוא 2 לכן הקוטר הוא 2 (כמובן אין מקרים נוספים).

3. נניח ש- $V = \{v_1, v_2, v_3, ...v_n\}$.
טענה: יהיו v_i, v_j קודקודים ב-V אז קיימים בדיוק 2 מסלולים שונים מ- v_i ל- v_j.
אם היה קיים ביניהם רק מסלול אחד, אז כל קשת e שנוריד מהמסלול תתן שב- $G-\{e\}$ אין מסלול בין v_i ל- v_j ולכן הוא לא קשיר וכמובן לא עץ.
אם היה ביניהם 3 מסלולים (או יותר), אז ב- $G-\{e\}$ יש 2 מסלולים שונים (או יותר) בין הקודקודים, שביחד יוצרים מעגל, ולכן G-{e} הוא לא עץ.

קיבלנו שלכל 2 קודקודים יש 2 מסלולים שונים ב-G, שמקשרים ביניהם ולכן כל קודקוד ב-V נמצא על המעגל.

4. $\binom{n}{3}+\binom{n}{4}+\binom{n}{5}+...+\binom{n}{n}$.

5. מעגל המילטון עובר לסרוגין בין קודקודי B לקודקודי W (כי אין קשתות בתוך B ובתוך W)
כלומר סדרת הקודקודים היא $b_1, w_1, b_2, w_2, b_3, w_3, ..., b_n, w_n$ עבור קשתות
$\{\{b_1, w_1\}, \{b_2, w_2\}, \{b_3, w_3\}, ..., \{b_n, w_n\}, \{w_n, b_1\}\}$, ז"א |W|=|B|
אפשר להוכיח את השאלה גם על ידי אינדוקציה או הגדרת פו חח"ע ועל מ-B ל-W

6. הוכחה בדומה לשאלה 5

7. יהי G_m גרף, שבו יש בדיוק קודקוד אחד מדרגה 2,3,…m וכל השאר מדרגה 1 ו- f_m הוא מס' קודקודים ב- G_m. נבנה את G_m מ- G_{m-1} על ידי כך, שנהפוך קודקוד שלו מדרגה 1 לקודקוד

מדרגה m, כלומר נחבר לקודקוד הזה עוד $m-1$ קשתות. כל קשת כזאת מוסיפה קודקוד אחד חדש כי אם היינו משתמשים בקודקודים, שכבר קיימים היינו מקבלים מעגל ולא עץ.
לכן $f(m)= f(m-1)+m-1$ ו- $f(m-1)= f(m-2)+m-2$, ז"א $f(m)=f(m-2)+(m-2)+(m-1)$
על ידי המשך פיתוח של הנוסחה תקבלו תשובה סופית.

8. על מנת לקבל מס' מקסימלי של קשתות צריך לקחת 2 רכיבי קשירות (ולא יותר), שיש בהם n,m קודקודים כך שעבור $1 \le n, m \le 9$ נקבל $n+m=10$.
מס מקסימלי של קשתות בגרף עם n קודקודים הוא $n(n-1)/2$, עבור m כנ"ל.
אז נשאר לבדוק מתי $n(n-1)/2+m(m-1)/2$ הוא מקסימלי. נסמן $n=10-m$
נקבל $m=1$ או $m=9$, ז"א אם נקח $m=1$ ו- $n=9$ נקבל 36 קשתות.
ג) הכללה של א'. נפריד ל-2 רכיבי קשירות כך שאחד יהי עם $n-1$ קודקודים והשני עם קודקוד אחד ואז מס' של קשתות יהי שווה ל- $(n-1)(n-2)/2$

9. על מנת לקבל עץ מגרף בעל n קשתות צריך להוריד $|E|-(n-1)$ קשתות, כאשר E זה מספר קשתות בגרף המקורי כי $|E|-(|E|-(n-1))=n-1$, שזה מס' קשתות בעץ בעל n קודקודים.

10.