

### תרגיל 3

1. ציינו לגבי כל אחת מהפונקציות הבאות האם היא חח"ע, על או הפיכה. אם הפונקציה הפיכה-מצאו, הפונקציה ההופכית. הוכיחו תשובתיכם :

א.  $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}, f(n) = |n|$ .

ב  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(n) = n^3$

ג.  $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{R}, f(n) = 2^n$ .

ד. תהי  $A$  קבוצה כלשהי ותהי  $f: P(A) \rightarrow P(A)$  פונקציה המוגדרת על ידי  $f(B) = A \setminus B$ .

2. יהיו  $f: A \rightarrow B, g: B \rightarrow C$  שתי פונקציות חח"ע ועל. הוכיחו ש-  $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$ .

3. יהיו  $f: A \rightarrow B, g: B \rightarrow C$ .

(א) אם  $g \circ f$  על אז  $g$  על. מצאו  $g, f$  כך ש-  $g \circ f$  על אבל  $f$  לא על.

(ב) אם  $g \circ f$  חח"ע אז  $f$  חח"ע. מצאו  $g, f$  כך ש-  $g \circ f$  חח"ע אבל  $g$  לא חח"ע.

4. יהיו  $X, Y$  שתי קבוצות ותהי  $f: X \rightarrow Y$  פונקציה כלשהי. נגדיר פונקציה  $F: P(X) \rightarrow P(Y)$  על ידי  $F(A) = \{f(a) \mid a \in A\}$  לכל  $A \in P(X)$ .

(א) הוכיחו שאם  $f$  חח"ע אז  $F$  חח"ע.

(ב) הוכיחו שאם  $f$  על אז  $F$  על.

5. יהיו  $X, Y$  שתי קבוצות ותהי  $f: X \rightarrow Y$  פונקציה כלשהי. נגדיר פונקציה  $F': P(Y) \rightarrow P(X)$  על ידי  $F'(B) = \{a \mid f(a) \in B\}$  לכל  $B \in P(Y)$ .

(א) הוכיחו או הפריכו: אם  $f$  חח"ע אז  $F'$  חח"ע.

(ב) הוכיחו או הפריכו: אם  $f$  על אז  $F'$  על.