

תרגיל 8 גאומטריה אנליטית ודיפרנציאלית

להגשה י"ד סיוון תשפ"ב, 13.6.22

1

נתון משטח $M \subseteq \mathbb{R}^3$ עם פרמטריזציה $\underline{x} : U \rightarrow \mathbb{R}^3$ כאשר $U = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y > 0\}$

עם המטריקה $(g_{ij}) = \frac{1}{y^2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

חשבו את השטח של פרמטריזציה \underline{x} בתחום D כאשר

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \in \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right), x^2 + y^2 > 1, y > 0 \right\}$$

2

נסתכל על המשטח שהוא גרף של הפונקציה $f(x, y) = y^4$.

1. מצאו פרמטריזציה, וקטור נורמל.

2. חשבו את עקמומיות גאוס בכל נקודה של המשטח.

3. בנקודות הקריטיות של $f(x, y)$, ודאו את תשובתכם באמצעות חישוב מטריצת ההסיאן.

3

1. מצאו פרמטריזציה של חרוט כמשטח סיבוב של העקומה $(r(\phi), z(\phi)) = (\phi, a\phi)$ כאשר $\phi, a > 0$. מיצאו את מקדמי התבנית היסודית הראשונה והשנייה, ואת עקמומיות גאוס של החרוט.

2. מיצאו את מקדמי Γ_{ij}^k ואת המשוואות הגאודזיות של החרוט.

4

חשבו את עקמומיות גאוס של משטחים הבאים.

1. כאשר $a > 0$ $x(\theta, \phi) = (\theta \cos \phi, \theta \sin \phi, a\phi)$

2. $x(\theta, \phi) = (2\sin \phi \cos \theta, 2\sin \phi \sin \theta, 2\cos \phi)$