

תרגיל 5 גאומטריה אנליטית ודיפרנציאלית

להגשה י"ד אייר תשפ"ב, 15.5.22

1

נתבונן בספירת היחידה המוגדרת על ידי הפרמטריזציה הבאה:

$$X(\theta, \phi) = (\sin \phi \cos \theta, \sin \phi \sin \theta, \cos \phi)$$

כאשר $(\theta, \phi) \in [0, 2\pi] \times [0, \pi] = U$. נתבונן בעקומה $\alpha : [0, \frac{\pi}{2}] \rightarrow U$ המוגדרת על ידי $\alpha(t) = (\pi, 2t)$.

1. מצאו את אורך העקומה α .

2. מצאו את אורך העקומה $X \circ \alpha$.

2

1. מצאו פרמטריזציה של גליל עם רדיוס a סביב ציר z .

2. חשבו את מקדמי גמא עבור הפרמטריזציה של הגליל שמצאתם

• לפי הגדרה.

• באמצעות הנוסחה $\Gamma_{ij}^k = \frac{1}{2}(g_{il;j} - g_{ij;l} + g_{jl;i})g^{lk}$.

3

חשבו את סמלי גאמא של המישור, כאשר המטריקה היא: $(g_{ij}) = e^{x+y} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

4

יהיו M_1, M_2 שני משטחים עם מטריקות $(g_{ij}), (\tilde{g}_{ij})$. נתון שסמלי גאמא של המשטחים זהים. האם $(g_{ij}) = (\tilde{g}_{ij})$?
(רמז: חשבו על גלילים עם רדיוסים שונים)