

## תרגיל 1 גאומטריה אנליטית ודיפרנציאלית 88-201

1. פשטו את הביטויים הבאים המופיעים בהסכם הסכימה איינשטיין וכתבו איזה אינדקסים הם אינדקסי סכימה ואיזה הם אינדקסים חופשיים.

- a.  $\delta_j^i \delta_k^j \delta_i^k$  כאשר  $i, j, k \in \{1, \dots, n\}$   
 b.  $\delta_b^a g_{ca} g^{bd} \delta_d^c$  כאשר  $a, b, c, d \in \{1, \dots, n\}$   
 c.  $\delta_j^i g_{ik} \delta_l^k$  כאשר  $i, j, k, l \in \{1, \dots, n\}$

2. נזכור את ההגדרה הבאה מאלגברה ליניארית.

*הגדרה:* עבור זוג וקטורים  $w = w^i e_i, v = v^i e_i$  ב  $\mathbb{R}^3$ , המכפלה וקטורית שלהם היא וקטור ב  $\mathbb{R}^3$  אשר מקיים.

$$u \times v = \det \begin{bmatrix} i & j & k \\ u^1 & u^2 & u^3 \\ v^1 & v^2 & v^3 \end{bmatrix}$$

כאשר  $i = e_1, j = e_2, k = e_3$

במילים אחרות  $u \times v = (v^2 w^3 - v^3 w^2)i - (v^1 w^3 - v^3 w^1)j + (v^1 w^2 - v^2 w^1)k$  תוכיחו את הזהויות הבאות.

$$1. \quad a \times (b \times c) = \langle a, c \rangle b - \langle a, b \rangle c$$

$$2. \quad \langle a \times b, c \times d \rangle = \langle a, c \rangle \langle b, d \rangle - \langle a, d \rangle \langle b, c \rangle$$