

88-524-תרגיל 8-פתרון:

1. א) $f(x) = (10x+6)/(x+3)$ (ב) $f(2) = 5.2$ ג) הנקודות הקבועות הן: $(7 \pm \sqrt{73})/2$.

2. א) זהו הסדר של $PGL_2(Z_5)$ ששווה ל-120. ב) הפתרון של $(q^4-1)/(q-1)=156$ הוא $q=5$ ולכן $F=Z_5$. למשוואה $(q^4-1)/(q-1)=182$ אין פתרון שלם, ולכן לא קיים כזה שדה.

3. א) המשוואה היא $-4x^2+xy+3y^2-19y+19x=0$ ב) משוואת חתך החרוט ב- RP^2 היא

$$x^2-4y^2+xz+2yz+3z^2=0$$

בחיתוך עם $z=0$ נקבל $x = \pm 2y$. לכן נקודות החיתוך הן $(\pm 2:1:0) = (\pm 2y:y:0) = (x:y:0)$.

4. נסמן $|F|=q$. אזי $|\text{SL}_2(F)| = q(q^2-1)$. המטריצות ב- $\text{SZ}_2(F)$ הן מהצורה $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}$

כש- $a \in F, a^2=1$.

אם $\text{char} F=2$ אז $-1=1$ ולכן יש רק מטריצה אחת ב- $\text{SZ}_2(F)$, ולכן $|\text{PSL}_2(F)| = q(q^2-1)$. אחרת, יש שתי מטריצות ב- $\text{SZ}_2(F)$, ולכן $|\text{PSL}_2(F)| = q(q^2-1)/2$.

5. על פי משפט ההדדיות $A \in q \wedge B \in q \Rightarrow Q \in a \wedge Q \in b \Rightarrow Q \in a \cap b \Rightarrow Q = a \cap b$