

תרגיל 8 - גיאומטריה דיפרנציאלית

להגשה עד ה-30 ליוני

שאלה 1

(א) מיצאו פרמטריזציה של חרוט כמשטח סיבוב של העקומה $(r(\phi), 0, z(\phi)) = (\phi, 0, a\phi)$ באשר $a > 0$.

מיצאו את מקדמי התבנית היסודית הראשונה, השנייה ואת עקמומיות גאוס.
(ב) מיצאו את סמלי גאמא Γ_{ij}^k ואת המשוואות הגיאודזיות.

שאלה 2

(א) מיצאו פרמטריזציה של טורוס כמשטח סיבוב של

$$(r(\phi), 0, z(\phi)) = (5 + 2 \cos(\phi), 0, 2 \sin(\phi))$$

(ב) מיצאו את מקדמי התבנית היסודית הראשונה והשנייה ואת עקמומיות גאוס.
(ג) מהן הנקודות בהן עקמומיות גאוס חיובית? שלילית? אפס?
(ד) מיצאו את סמלי גאמא Γ_{ij}^k ואת המשוואות הגיאודזיות.

שאלה 3

נתון המשטח הבא ב- \mathbb{R}^3 :

$$M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | z = y^3\}$$

(א) מהי עקמומיות גאוס K של M ?
(ב) הוכיחו שהקו

$$L = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y = z = 0\}$$

הוא עקומה גיאודזית של M .

שאלה 4

לבטא ע"י המקדמים $\Gamma_{ij}^k, L_j^i, L_{ij}$ ו- g_{ij} ולפשט ככל הניתן את הביטויים הבאים:

(א) $\langle x_j, x_{pq} \rangle g^{jp}$

(ב) $\langle x_{pqr}, n \rangle$

(ג) $\langle x_{pq}, n_s \rangle \delta_m^q$

(ד) $g_{pq} \delta_s^q g^{st} \delta_t^p$