

## תרגיל 4 גיאומטריה אנליטית ודיפרנציאלית 201 – 88 תשפ"א

### להגשה בב' סיוון, 13.5

1. חשבו את העקמומיות של העקומות הבאות, ואמרו – אם אפשר – באלו נקודות מתקבלת העקמומיות המקסימלית:

(א) כאשר  $0 < a < b$ ,  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

(ב)  $x^3 - y^2 = 0$

2. מצאו פרמטריזציה טבעית לעקומות הבאות:

(א)  $\alpha(t) = (1 + 2 \cos t, -3 + 2 \sin t)$

(ב)  $\alpha(t) = \left(t, \frac{1}{3} \sqrt{(2+t^2)^3}\right)$

(ג) עבור  $a > 0$ ,  $\alpha(t) = \left(t, a \cosh\left(\frac{t}{a}\right)\right)$

3. חשבו את עקמומיותן של העקומות הבאות. פשטו ככל הניתן.

(א)  $\alpha(t) = (1 + 2 \cos t, -3 + 2 \sin t)$

(ב)  $\alpha(t) = \left(t, a \cosh\left(\frac{t}{a}\right)\right)$

(ג)  $\alpha(s) = \left(\int_0^s \cos(\phi(u)) du, \int_0^s \sin(\phi(u)) du\right)$  כאשר  $\phi: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  פונקציה חלקה. הראו שהפרמטריזציה אכן טבעית.

4. היעזרו בסעיף האחרון בשאלה הקודמת כדי למצוא עקומה שעקמומיותה היא

$$s^2 + s^3 + s^4$$