

## תרגיל 9 גיאומטריה אנליטית ודיפרנציאלית תש"ף

### להגשה בט"ו סיוון 7.6

1. נתבונן בטורוס:

$$X(\theta, \phi) = ((a \cos \phi + b) \cos \theta, (a \cos \phi + b) \sin \theta, a \sin \phi)$$

כאשר  $0 < a < b$ ,  $0 \leq \phi \leq 2\pi$ .

(א) חשבו את העתקת ויינגרטן (מקדמי  $L_j^i$ ) בשתי דרכים:

i. באמצעות הנגזרות של וקטור הנורמל.

ii. באמצעות התבנית היסודית השניה (מקדמי  $L_{ij}$ ).

(ב) מצאו את עקמומיות גאוס  $K$  בכל נקודה, וקבעו מה הסימן שלה בכל נקודה.

2. בטאו את הביטויים הבאים ע"י  $g_{ij}, L_{ij}, \Gamma_{ij}^k, L_j^i$  ופשטו ככל הניתן:

(א)  $\langle x_j, x_{pq} \rangle g^{jp}$

(ב)  $\langle x_{pqr}, n \rangle$

(ג)  $\langle x_{pq}, n_s \rangle \delta_m^q$

(ד)  $\langle x_{ij}, n_k \rangle \delta_m^k g^{ml}$

(ה)  $\langle n_i, x_j \rangle g^{il}$

(ו)  $\langle n_i, n_j \rangle$

(ז)  $\langle n, n_{ab} \rangle \delta_c^a$

(ח)  $\|x_{ij}\|^2$