

תרגיל 2 גיאומטריה אנליטית ודיפרנציאלית

201 – 88 תש"ף

להגשה בא' ניסן, 26.03.20

שאלה 1

כיתבו את הביטויים הבאים ללא סימוני סימטריזציה ואנטיסימטריזציה, ועבור כל ביטוי ציינו מי הם האינדקסים החופשיים ומי הם האינדקסי הסכימה.

(א) $a^i_j g^{k[m} b^{n]}$
(ב) $L_{(ac)} g^{ab} g_{bc}$
(ג) $\delta^i_{[j} \delta^j_{k]} \delta^k_m$ (ב- \mathbb{R}^3)

שאלה 2

יהיו $A=(a^i_j)$, $B=(b^i_j)$ מטריצות. נסמן $C=AB$.

- (א) הראו כי $2a^i_{[j} b^j_{k]} = c^i_k - a^i_k \text{Tr}(B)$ לכל $1 \leq i, k \leq n$.
(ב) הראו כי $2a^i_j b^j_k = c^i_k - b^i_k \text{Tr}(A)$ לכל $1 \leq i, k \leq n$.
(ג) נתון כי $\text{Tr}(A) = \text{Tr}(B) \neq 0$. הראו כי $A=B$ אם"מ לכל $1 \leq i, k \leq n$ מתקיים $a^i_{[j} b^j_k] = a^i_j b^j_k$.

שאלה 3

אפיינו את העקומות המישוריות המוגדרות ע"י המשוואות:

5. $9x^2 - 4xy + 9y^2 + 2x - 2y + 1 = 0$

6. $x^2 - xy + y^2 + 2x - 2y + 1 = 0$

7. $x^2 + xy + y^2 - x - y - 1 = 0$

8. $2x^2 + 4x^2 + 2y^2 - x - 2y - 1 = 0$

9. $2x^2 + 4xy + 2y^2 - x - y - 1 = 0$

1. $x^2 + 8xy + y^2 + 4x + 6y + 2 = 0$

2. $12x^2 + 12xy + 12y^2 + 6x + 6y + 1 = 0$

3. $x^2 - 3xy - 3y^2 - 4x + 6y + 4 = 0$

4. $-x^2 + 4xy + 2y^2 + 4y + 2 = 0$

אין צורך לבצע את תהליך הלכסון במלואו; השתמשו במשפטים שהוכחתם בהרצאה.