

שאלון בחינה בקורס: גיאומטריה פרויקטיבית (88-524)

סמסטר ב', מועד א': 22.08.12

מרצה: פרופ' מיכאל כץ

זמן בחינה: שלוש שעות

יש לענות על כל השאלות ולתת נימוק והסבר.

1. השעלה הזאת עוסקת ברביעיות הרמוניות.
 - א. נניח שישירים a, b, c הם קונקורנטיים. בנה ישר d כאשר רביעיה a, b, c, d היא הרמונית.
 - ב. תנו שרטוט כדי לאיר את הבניה בסאיף (א).
 - ג. נניח שמתקיים $H(A, B, C, D)$ זאת אומרת רביעיה A, B, C, D היא הרמונית. מצא שבעה סידורים נוספים של נקודות A, B, C, D כאשר היחס ההרמוני מתקיים.
 - ד. הוכח שאם C היא נקודה אמצעית של קטע AB אזי נקודה רביעית הרמונית D היא נקודה אידיאלית באינסוף.
2. השעלה הזאת עוסקת במישור האויקלידי.
 - א. נניח שישיר c חוצה את הזוית המוגדר על ידי ישירים a ו b . יהי ישר רביעי הרמוני כאשר $H(a, b, c, d)$. מצא זוית בין ישירים c ו d .
 - ב. הגדר את המושג של פרספקטיביות.
 - ג. נניח שמתקיים $H(A, B, C, D)$. תהי T פרספקטיביות כאשר $T(A) = A$, $T(B) = B$ ו $T(C) = D$. האם בהכרח מתקיים $T(D) = C$?
3. מישור אפיני (x, y) הינו מושלם למישור פרואקטיבי על ידי קואורדינטות הומוגניות $[x_1, x_2, x_3]$ כאשר $x = x_1 / x_3$ ו $y = x_2 / x_3$. מצא קואורדינטות של נקודה אידיאלית או נקודות אידיאליות על כל אחד מהישירים הבאים:
 - א. $2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0$
 - ב. $7x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0$
 - ג. $x_1 = 0$
 - ד. $x_3 = 0$
4. מישור אפיני מושלם למישור פרואקטיבי על ידי קואורדינטות הומוגניות. מצא משוואה בקואורדינטות הומוגניות של כל אחד מהישירים הבאים:
 - א. ציר x
 - ב. ישר אידיאלי באינסוף
 - ג. ישר דרך $[3, 7, 1]$ ו $[2, 3, 0]$
 - ד. ישר דרך $[3, 7, 1]$ ו $[2, 3, 1]$
5. השעלה הזאת עוסקת בפולריות.
 - א. יהי Ω מעגל ברדיוס 10 עם מרכז בראשית הצירים. תהי P נקודה עם קואורדינטות $(-6, 8)$. מצא משוואה של ישר p פולרי ל P ביחס למעגל Ω .
 - ב. בטא באופן מפורט את משפט Pascal על חתך חרוט Ω .
 - ג. בטא באופן מפורט את משפט פולרי (זאת אומרת דואלי על ידי פולריות ביחס ל Ω) של משפט Pascal.
 - ד. שרטט שירטוט מדויק כדי לאיר את משפט הפולרי של סאיף (ג).

בהצלחה!