

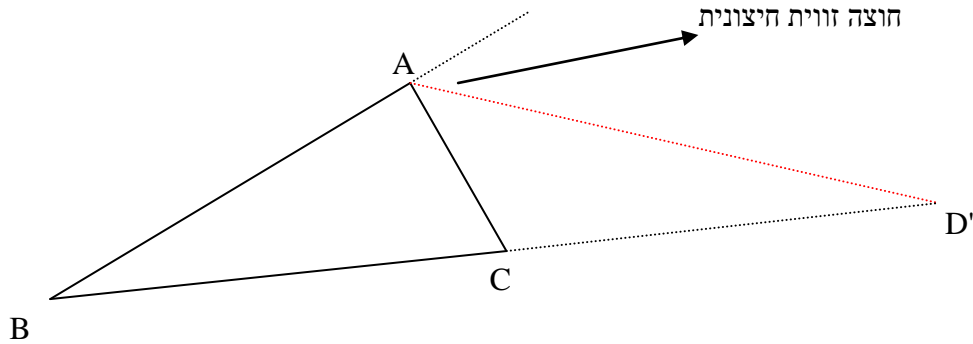
## בחינה בקורס

88-524-01 מועד א, תשע"א  
 גיאומטריה פרויקטיבית  
 פרופ' מ. כץ

זמן הבחינה: שתיים וחצי  
 יש לענות על כל השאלות ולתת הצדקה והסבר.

1. א. מצא העתקה פרויקטיבית השולחת נקודות  $0, 1, \infty$  לנקודות  $4, \frac{14}{3}, 5$ .  
 ב. מהן נקודותיה הקבועות אם יש?  
 ג. מצא העתקה פרויקטיבית השולחת  $(0, 1, 5)$  ל  $(-1, 0, 4)$ .  
 ד. מהן נקודותיה הקבועות אם יש?

2. יהי  $ABC$  משולש ויהיו  $AD', BE', CF'$  חוצי הזוויות החיצוניות כש-  $D' \in BC, E' \in CA, F' \in AB$ .  
 למשל:



הוכיחו:  $D', E', F'$  קולינאריות.

3. א. תנו שתי הגדרות של מישור פרואקטיבי ממשי.  
 ב. נתונן בספירה  $S^2$  ב-  $\mathbb{R}^3$ , ז"א קבוצת הנקודות  $\{x, y, z \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$   
 נגדיר יחס שקילות על  $S^2$ :  $(x, y, z) \sim (x', y', z') \Leftrightarrow (x' = \lambda x), (y' = \lambda y), (z' = \lambda z) : \lambda = \pm 1$   
 הוכיחו שיש מיפוי חז"ע ועל בין הנקודות ב-  $RP^2$  לבין הנקודות במרחב המנה  $S^2 / \sim$ .

4. א. בטא משפט דורג על שני משולשים  $ABC, A'B'C'$ .  
 קבעו האם המקרים הבאים יכולים להתרחש, ושרטטו שרטוט מתאים למקרים שכן, אשר ימחישו את משפט דורג:  
 ב.  $AB \parallel A'B'$  ואין זוג מקביל נוסף.

ג.  $AB \parallel A'B' \wedge AC \parallel A'C'$  ואין זוג מקביל נוסף.

ד.  $AB \parallel A'B' \wedge AC \parallel A'C' \wedge BC \parallel B'C'$ .

5. יהי  $R(A, B, C, D_k)$  יחס הכפול של נקודות על ישר מרוכב פרואקטיבי, כאשר  $A = \infty, B = 0, C = 1$ .

תהי נקודה  $D_k = e^{\frac{ik\pi}{3}}$ , כאשר  $k=1, 2, 3, 4, 5$ .

א. מהם הערכים האפשריים של היחס הכפול כאשר  $k=1$ ?

ב. תהי  $f(k)$  מספר טוטאלי של ערכים שונים זה מזה של היחס הכפול תחת כל

התמורות של רבעיה  $(A, B, C, D_k)$ . חשב  $f(k)$  כפונקציה מפורשת של אינדקס

$k=1, \dots, 5$ .

בהצלחה !