

אלגוריתמים 1 - קיץ תשע"ז

תרגיל 7*

24 באוגוסט 2017

תאריך הגשה: יום שלישי ז' אלול התשע"ז, 29/08/17.

הוראות הגשה: חל איסור חמור על החזקת פתרונות של סטודנטים אחרים. על כל סטודנט לרשום את תשובותיו **עצמאית** ובמילותיו שלו. כל אפשרות אחרת תחשב להעתקה. לכל אלגוריתם יש לתת הסבר מספק מדוע הוא עובד, וכמו כן ניתוח של זמן ריצה. עליכם לתת את האלגוריתם עם זמן הריצה הטוב ביותר שאליו אתם יכולים להגיע (גם אם לא מצוין מהו)

שאלה 1 יהי $G = (V, E)$ גרף לא-מכוון קשיר עם פונקציית משקל $w : E \rightarrow \mathbb{R}$. ותהי $U \subseteq V$ תת-קבוצה של קודקודים ב- G . כתבו אלגוריתם המוצא עץ פורש של G שבו כל קודקודי U הם עלים (ייתכנו עלים נוספים בעץ שאינם מ- U) ומשקלו מינימלי מבין כלל העצים הפורשים את G שכל קודקודי U עלים בהם (במידה וקיים עץ כזה).

שאלה 2 עבור כל אחת מהבעיות הבאות הסבירו בקצרה (לא יותר מ-5 משפטים לסעיף) כיצד ניתן לעשות שינוי קטן בקלט ולהריץ את אחד מהאלגוריתמים שראינו בשיעור, או לשנות קצת את אחד האלגוריתמים על מנת לפתור את הבעיה. כמו כן ציינו באיזה אלגוריתם השתמשתם, למה הוא עובד, ומה סיבוכיות הפתרון שלכם.

1. נתון גרף מכוון $G = (V, E)$ ותת קבוצה $W \subseteq V$, ונתונים שני צמתים $s, t \in V$. תארו אלגוריתם יעיל למציאת מסלול מ- s ל- t המבקר במספר מינימאלי של צמתים מ- W .

2. נתון גרף מכוון $G = (V, E)$ עם פונקציית משקל $w : E \rightarrow \mathbb{R}$ וקודקוד $s \in V$. נגדיר מרחק של מסלול להיות משקל הקשת הכבדה ביותר במסלול. תארו אלגוריתם יעיל למציאת מסלולים קצרים ביותר מ- s לכל $v \in V$ לפי הגדרה זו.

*השאלון מנוסח בלשון זכר אך מכוון לסטודנטיות באותה המידה, עמך הסליחה.

3. נתון גרף מכוון $G = (V, E)$ עם פונקציית משקל $w : V \rightarrow \mathbb{R}$, על הקודקודים, וקודקוד $s \in V$. תארו אלגוריתם יעיל למציאת מסלולים קצרים ביותר מ- s לכל $v \in V$ כאשר מרחק של מסלול הוא סכום משקלי הקודקודים במסלול.

שאלה 3 נתון גרף מכוון $G = (V, E)$ עם פונקציית משקל $w : E \rightarrow \mathbb{R}$ ללא מעגלים שליליים. כל קשת צבועה בכחול או באדום. בנוסף נתון קודקוד $s \in V$. תארו כיצד ניתן לשנות את אחד האלגוריתמים שראינו כך שנמצא ביעילות מסלול קצר ביותר מ- s לכל $v \in V$ מבין כל המסלולים המכילים מספר זוגי של קשתות כחולות.

שאלה 4 נתון גרף מכוון $G = (V, E)$ עם פונקציית משקל $w : E \rightarrow \mathbb{R}$ וקודקוד $s \in V$. ידוע שבגרף אין מעגלים שלילים. הוכיחו שתמיד קיימת קבוצה של $|V| - 1$ קשתות שאם נעשה עליהן relax לפי סדר מסוים אזי לכל קודקוד $v \in V$ יתקיים $d[v] = \delta(s, v)$ (רמז - שימו לב שיכול להיות שקשה למצוא את הקשתות הללו, ואת הסדר הנדרש - אבל אתם נדרשים רק להוכיח קיום).

בהצלחה!