

אלגוריתמים 1 - קיץ תשע"ו

תרגיל 5*

כ"ה באב, תשע"ז
17 באוגוסט 2017

תאריך הגשה: יום שלישי ל' אב התשע"ז, 22/08/17.

הוראות הגשה: חל איסור חמור על החזקת פתרונות של סטודנטים אחרים. על כל סטודנט לרשום את תשובותיו **עצמאית** ובמילותיו שלו. כל אפשרות אחרת תחשב להעתקה. לכל אלגוריתם יש לתת הסבר מספק מדוע הוא עובד, וכמו כן ניתוח של זמן ריצה. עליכם לתת את האלגוריתם עם זמן הריצה הטוב ביותר שאליו אתם יכולים להגיע (גם אם לא מצוין מהו).

שאלה 1 נתון א"ב $\Sigma = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j\}$.
מה הוא האורך המקסימלי של קידוד של אות בודדת מ- Σ בקידוד האפמן?
הביאו דוגמא לרשימת תדירויות מתאימות, והוכיחו שאורך זה הוא אכן מקסימלי לכל רשימת תדירויות.

שאלה 2 לאחר שצברתם נסיון בארגון מסיבות לעובדי חברות, שמכם הלך למרחוק וכעת באים מכל העולם להעזר בכישוריכם. במועדון חברתי חשוב העוסק בעניינים שברומו של עולם (מטוסים למשל), מארגנים מסיבה. במועדון ישנם n לקוחות. הנהלת המועדון מכירה היטב את לקוחותיה, והיא מחזיקה רשימה של זוגות חברים מבין הלקוחות. יחס החברות בין שני אנשים במועדון הוא סימטרי כלומר, אם משה חבר של דוד אז גם דוד חבר של משה.

לאור מחקרים חברתיים, המועדון מעוניין במסיבה בה תתקיימנה התכונות הבאות:

- לכל משתתף במסיבה יש לפחות שישה חברים שגם הם משתתפים במסיבה (ע"מ שירגיש בנוח, ולא מנוכר מהקהל כולו).
- לכל משתתף במסיבה יש לפחות שישה אנשים במסיבה שעדיין אינם חברים שלו (ע"מ שיוכל להרוויח מהמסיבה קשרים חברתיים חדשים).

*השאלון מנוסח בלשון זכר אך מכוון לסטודנטיות באותה המידה, עמכן הסליחה.

המועדון מעביר אליכם עותק של רשימת הלקוחות ורשימת החברויות בין הלקוחות. הציעו אלגוריתם המוצא קבוצה גדולה ביותר של לקוחות שניתן להזמין למסיבה תוך שמירה על החוקים הללו.

נתחו את זמן הריצה של האלגוריתם במקרה הגרוע כפונקצייה של מספר הלקוחות, n .

שאלה 3 יהי $G = (V, E)$ גרף לא מכוון, ויהי $s \in V$. קשת (u, v) תקרא מעגלית אם המרחק של u מ- s שווה למרחק של v מ- s . תאר אלגוריתם מהיר ככל יכולתך שמוצא את כל הקשתות המעגליות ב- G . הוכח נכונות ונתח סיבוכיות.

שאלה 4 סוגי קשתות בגרף:

1. כתוב גרסה משופרת של אלגוריתם DFS המסווג קשתות גרף לקבוצות הבאות: קשתות עץ, קשתות קדימה, קשתות אחורה וקשתות חוצות.

2. הוכח: גרף מכוון אינו מכיל מעגלים אם ורק אם בריצת DFS על הגרף אין קשתות אחורה.

בהצלחה!