

אלגוריתמים 1 - קיץ תשע"ו תרגיל 10*

7 בספטמבר 2017

תאריך הגשה: יום חמישי כ"ג אלול התשע"ו, 14/09/17.

הוראות הגשה: חל איסור חמור על החזקת פתרונות של סטודנטים אחרים. על כל סטודנט לרשום את תשובותיו **עצמאית** ובמילותיו שלו. כל אפשרות אחרת תחשב להעתקה. לכל אלגוריתם יש לתת הסבר מספק מדוע הוא עובד, וכמו כן ניתוח של זמן ריצה. עליכם לתת את האלגוריתם עם זמן הריצה הטוב ביותר שאליו אתם יכולים להגיע (גם אם לא מצוין מהו).

שאלה 1 נתון עץ $T = (V, E)$ תאר אלגוריתם המוצא התאמה מקסימומית ב- T .

שאלה 2 בכוכב נוגה האוכלוסיה הבוגרת מחולקת לשלוש קבוצות:

1. A - נשים

2. B - גברים ממאדים

3. C - גברים מצדק

חוקי הנישואין במדינה מאפשרים לנשים להיות באחד משלושה מצבים:

1. פנויה.

2. נשואה לגבר אחד בדיוק.

3. נשואה לגבר אחד ממאדים וגבר אחד מצדק.

גברים בכוכב רשאים להנשא לאיה אחת לכל היותר.

*השאלון מנוסח בלשון זכר אך מכון לסטודנטיות באותה המידה, עמכן הסליחה.

לכל אישה $a \in A$ מוגדרות שתי קבוצות $a_B \subseteq B$ ו $a_C \subseteq C$ של בני זוג אפשריים. הציעו אלגוריתם המקבל את נתוני האוכלוסיה בכוכב ומחשב שידוך מקסימלי כך שמספר הגברים הנשואים יהיה מקסימלי.

שאלה 3 הוכיחו את הטענה הבאה:

יהי $G = (L \cup R, E)$ גרף דו־צד לא מכוון ותהי M התאמה ב- G . ותהי

$$\Pi = \{P_1, P_2, \dots, P_\ell\}$$

קבוצה מקסימלית של מסלולי שיפור זרים ביחס ל- M שהינם קצרים ביותר. יהי:

$$M' = M \oplus P_1 \oplus P_2 \oplus \dots \oplus P_\ell$$

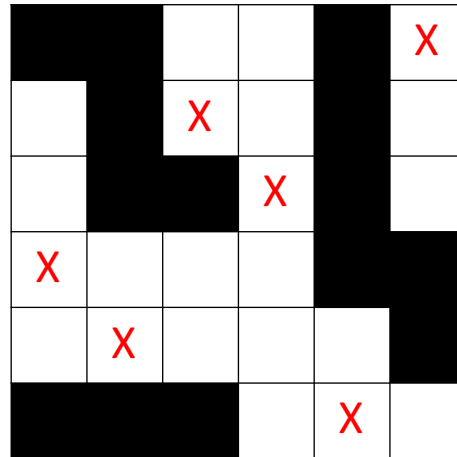
ויהי P' מסלול משפר ביחס ל- M' . אזי

$$|P'| > |P_1| = |P_2| = \dots = |P_\ell|$$

שאלה 4 תהי M מטריצה בגודל $n \times n$ כך שכל משבצת צבועה בצבע לבן או שחור. השמת איקסים חוקית, היא השמה של איקסים על משבצות המטריצה כך שמתקיימים התנאים הבאים:

1. כל איקס נמצא על משבצת לבנה.
2. בכל שורה במטריצה נמצא איקס אחד בדיוק.
3. בכל עמודה במטריצה נמצא איקס אחד בדיוק.

דוגמה להשמת איקסים חוקית:



כתבו אלגוריתם, אשר בהינתן מטריצה M כנ"ל, מוצא השמת איקסים חוקית אם קיימת השמה כזו, או מודיע שלא קיימת.
הוכיחו נכונות ונתחו את זמן הריצה של האלגוריתם.

בהצלחה!