

## מבני נתונים - תרגיל 3 נוסחאות נסיגה - לא להגשה (!)

נתנאל גלרנטר                      גלעד אשרוב

19 במרץ 2014

ההגשה ביחידים. מותר להתייעץ ולפתור את התרגילים בקבוצה אך יש לכתוב את הפתרונות באופן עצמאי. חל איסור מוחלט להחזיק פתרון כתוב של סטודנט אחר.

**תרגיל 1.** פתרו את התרגיל הבא שתי פעמים (פסח מתקרב..), בכל פעם עם שיטה אחרת שראינו בכיתה (כלומר, בשיטת האיטרציה ובשיטת האינדוקציה). מצאו חסם הדוק לנוסחא הבאה:

$$T(n) = \begin{cases} 3T(n/3) + n & \text{if } n > 1 \\ 1 & \text{if } n = 1 \end{cases}$$

**שאלה 2.** מצאו חסם הדוק אסימפטוטית לנוסחאות הנסיגה הבאות:

$$T(n) = \frac{1}{n} + \sum_{i=1}^{n-1} [T(i) - T(i-1)]$$
$$T(0) = 0, \quad T(1) = 1$$

רמז: השתמשו בכך ש:  $\sum_{i=1}^k \frac{1}{i} \in \Theta(\log k)$

**תרגיל 3.** הציגו חסם הדוק אסימפטוטית לנוסחא הבאה:  $T(n) = T(n/2 + \sqrt[3]{n^2}) + 10$

**תרגיל 4.** נתונה הנוסחא הבאה (כאשר  $a, b, c$  קבועים):

$$T(n) = \begin{cases} aT(n/b) + n^c & \text{if } n > 1 \\ 1 & \text{if } n = 1 \end{cases}$$

אזי, לכל  $n$  (כאשר ניתן להניח ש- $n$  היא חזקה שלמה של  $b$ ), הוכח כי:

1. אם  $\log_b a < c$ , אזי  $T(n) = \Theta(n^c)$

2. אם  $\log_b a = c$ , אזי  $T(n) = \Theta(n^c \log n)$

3. אם  $\log_b a > c$ , אזי  $T(n) = \Theta(n^{\log_b a})$

**הדרכה:** פתרו את הנוסחא באופן כללי, עד שתגיעו לביטוי מהצורה:  $T(n) = A \cdot T(1) + B$ . כעת פתרו לפי המקרים. במקרים 3,1, העזרו בשיוויון:  $x^{\log_y z} = z^{\log_y x}$  (והוכיחו את שיוויון זה)