

מבני נתונים 89-120

תרגיל 1

נתנאל גלרנטר

גלעד אשרוב

5 במרץ 2014

ההגשה ביחידים. כל סטודנט נדרש לחשוב, לפתור ולכתוב את התרגיל בעצמו. פותר להתייעץ עם סטודנטים אחרים - אך חל איסור פוחלט להחזיק ולהתעזר בתרגיל כתוב של סטודנט אחר. חובה על כל סטודנט לכתוב את התרגיל לבדו ובעצמו.

תאריך הגשה: בתרגול הקרוב - תרגול 3 בקבוצות התרגול (11-13 למרץ)

הבהרה: בכל שאלה שבה הנכם מתבקשים להוכיח חסמים, יש להוכיח על פי ההגדרה עם הקבועים ("קיים קבוע c, n_0 כך ש...") ולא לפי הגדרת הגבול.

שאלה 1. הסבירו מדוע אין כל משמעות למשפט "זמן הריצה של אלגוריתם A הוא לכל היותר $\Omega(n^2)$ ".

שאלה 2. הוכיחו שהחיתוך $\omega(g(n)) \cap o(g(n))$ הוא ריק. (אנו מצפים להוכחה פורמלית ולא לסתם הסבר אינטואיטיבי).

שאלה 3. יהיו $f(n)$ ו- $g(n)$ שתי פונקציות חיוביות אסימפטוטיות. הוכיחו או הפריכו את כל אחת מן הטענות הבאות: (שימו לב בתשובתכם - חשבו גם על פונקציות "השואפות ל-0", כפי שהזכרנו בכיתה)

1. אם $f(n) \in O(g(n))$ אזי $g(n) \in O(f(n))$.

2. $f(n) + g(n) \in \Theta(\min\{f(n), g(n)\})$.

3. $\max\{f(n), g(n)\} \in \Theta(f(n) + g(n))$.

4. $f(n) \in O(f(n)^2)$.

5. $f(n) + o(f(n)) \in \Theta(f(n))$.

6. אם $f(n) \in O(g(n))$ אזי $\log f(n) \in O(\log g(n))$.

7. $\binom{n}{3} \in \Theta(n^3)$.

8. $\sum_{i=1}^n a^i \in \Theta(a^{n+1})$.

9. $\sum_{i=1}^n i \cdot a^i \in \Theta(a^{n+1})$.

שאלה 4. חלקו את הרשימה הבאה למחלקות שקילות, כך ש- $f(n)$ ו- $g(n)$ שייכות לאותה מחלקה אם ורק אם $f(n) = \Theta(g(n))$. נתחו את הסדר שבין מחלקות השקילות שהצגתם (אין צורך להוכיח):

$$n^{\log \log n} \quad n! \quad n^3 \quad \log(n!) \quad \ln n \quad (n+1)! \quad n \quad \sqrt[n]{n}$$

$$n \log n \quad 2^{2n} \quad 2^n \quad 4^{\log n} \quad 2^{\log n} \quad 2^{\log \log n} \quad n^2 \quad \left(\frac{3}{2}\right)^n$$

בחרו 5 זוגות של פונקציות מתוך הנ"ל, טענו והוכיחו את היחס האסימפטוטי שביניהם $(O, \Omega, \Theta, o, \omega)$ בצורה פורמלית.

שאלה 5. נתחו את סיבוכיות הקוד הבא:

```
i = 2;
while (i < n) {
    i = i*i;
    basic_step;
}
```

הצג חסם הדוק (Θ) .