

# מבני נתונים

## תרגיל 8

נתנאל גלרנטר

גלעד אשרוב

19 במאי 2013

**תאריך הגשה:** בתרגול 10, בקבוצת התרגול (תאריך אחרון: 29.05.12)

ההגשה ביחידים. פותר להתייעץ ולפתור את התרגילים בקבוצה אך יש לכתוב את הפתרונות באופן עצמאי. חל איסור פוחלט להחזיק פתרון כתוב של סטודנט אחר.

אנו מבקשים לחדד: **אין** הגשה בתאים, **אין** הגשה באיחור.

יש להגיש את התרגילים בשיעור התרגול בלבד.

**כל סטייה מהוראות אלו יגרור פסילה של התרגיל.**

בנוסף של 5 נקודות יינתן לתרגיל מודפס.

**תרגיל 0.** (תרגיל זה הוא בשבילכם, ולא להגשה). הכנס את האיברים הבאים לעץ  $AVL$ :

20, 12, 15, 17, 23, 53, 11, 10, 32, 45, 44, 22, 2, 9, 4

לאחר מכן, ביחרו שני איברים כלשהם והוציאו אותם מהעץ.

**תרגיל 1.** משפחה של עצים תיקרא "מאוזנת" אם כל עץ במשפחה הוא בעל גובה  $O(\log n)$  רמות, כאשר  $n$  הוא מספר הקודקודים בעץ. נגדיר את הפונקציה  $f: V \rightarrow \mathbb{N}$  בצורה הבאה:

$$f(u) = \begin{cases} n/2^i & \text{if } i < \log n \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases},$$

כאשר  $i$  הוא העומק של הקודקוד  $u$  (עומקו של השורש הוא 0), ונניח ש- $n$  הוא חזקה שלמה של 2.

1. נתונה משפחה של עצים בינאריים שבה לכל עץ  $T$  מתקיים:  $\sum_{u \in T} f(u) \leq n \log n$ . האם המשפחה מאוזנת? הוכח/י את תשובתך.

2. כיצד תשובתך הייתה משתנה אם במקום הערך 1 בתנאי האחרת, היה הערך 2? הוכח/י את תשובתך.

**תרגיל 2.** נגדיר כגלגול את הפעולה שנעשית באיזון מחדש של עצי  $AVL$ . ראינו 4 סוגי גלגולים: פשוט וכפול, ימינה ושמאלה.

א. הוכח/י שבהינתן 2 עצי חיפוש בינאריים  $T_1$  ו- $T_2$  בעלי אותם  $n$  ערכים ניתן להגיע מ- $T_1$  ל- $T_2$  ע"י ביצוע סדרה של גלגולים פשוטים.

**רמז:** הראה/י קודם איך לטפל בשורש ואח"כ בתת העצים.

ב. הראה/י שמספר הגלגולים הדרוש הוא  $O(n^2)$ .

**תרגיל 3.** נניח שבעץ  $AVL$  שומרים לכל צומת בנוסף לשדות הרגילים, את הדרגה של הצומת (מספר הקודקודים בתת העץ המושרש באותו הצומת). הראו כיצד ניתן לתחזק את השדות הנ"ל עם הכנסות והוצאות ב- $AVL$ . כלומר, הראו כיצד ניתן לשנות את השדות הנ"ל עם כל הכנסה והוצאה.

**תרגיל 4.** תזכורת: האינטרוול  $I = [x, y]$  (עבור  $x \leq y$ ) היא קבוצת כל המספרים שבין  $x$  ל- $y$ , כלומר -

$$\{z \mid x \leq z \leq y\} .$$

לערך  $x$  אנחנו קוראים  $I.low$  ולערך  $y$  נקרא  $I.high$ . נניח ואנו רוצים לבנות מבנה נתונים המאחסן אינטרוולים. בנוסף לפעולות הכנסה והוצאה, נרצה לתמוך בשאילתא הבאה:

**חיפוש אינטרוול  $[a, b]$ :** האם קיים במבנה אינטרוול  $[x, y]$  שמכיל את  $[a, b]$ . כלומר, אינטרוול  $[x, y]$  המקיים:  $x \leq a \leq b \leq y$ . אם כן - החזר אותו.

בכדי לעשות זאת, נשמור את הנתונים בעץ  $AVL$  לפי מפתח -  $low$ . בנוסף, לכל קודקוד  $x$  בעץ, נשמור משתנה נוסף  $M$  שיישמור את המקסימום של ערכי ה- $high$  של כל תת העץ המושרש בקודקוד  $x$ , כלומר, המשתנה ישמור את:

$$x.M = \max \{x.interval.high, x.left.M, x.right.M\} .$$

הראו כיצד לממש את הפעולה "חיפוש אינטרוול  $[a, b]$ ", וכיצד השדה  $M$  עוזר לנו בחיפוש זה.