

## מבני נתונים - תרגיל 2

### נוסחאות נסיגה

גלעד אשרוב      נתנאל גלרנטר

10 במרץ 2013

ההגשה ביחידים. מותר להתייעץ ולפתור את התרגילים בקבוצה אך יש לכתוב את הפתרונות באופן עצמאי. חל איסור מוחלט להחזיק פתרון כתוב של סטודנט אחר.

#### תאריך הגשה אחרון: עד ליום ראשון הבא - תאריך 17.03

**תרגיל 1.** פתרו את התרגיל הבא **שלוש** פעמים, בכל פעם עם שיטה אחרת שראינו בכיתה (כלומר, בשיטת האיטרציה, האינדוקציה ועצי הרקורסיה). מצאו חסם הדוק לנוסחא הבאה:

$$T(n) = \begin{cases} 3T(n/3) + n & \text{if } n > 1 \\ 1 & \text{if } n = 1 \end{cases}$$

**תרגיל 2.** הציגו חסם הדוק אסימפטוטית לנוסחא הבאה:  $T(n) = T(\sqrt{n}) + \Theta(\log \log n)$

הדרכה: הגדירו  $m = \log \log n$

**תרגיל 3.** הציגו חסם הדוק אסימפטוטית לנוסחא הבאה:  $T(n) = T(n/2 + \sqrt[3]{n^2}) + 10$

**תרגיל 4.** נתונה הנוסחא הבאה (כאשר  $a, b, c$  קבועים):

$$T(n) = \begin{cases} aT(n/b) + n^c & \text{if } n > 1 \\ 1 & \text{if } n = 1 \end{cases}$$

אזי, לכל  $n$  (כאשר ניתן להניח ש- $n$  היא חזקה שלמה של  $b$ ), הוכח כי:

1. אם  $\log_b a < c$ , אזי  $T(n) = \Theta(n^c)$

2. אם  $\log_b a = c$ , אזי  $T(n) = \Theta(n^c \log n)$

3. אם  $\log_b a > c$ , אזי  $T(n) = \Theta(n^{\log_b a})$

הדרכה: פתרו את הנוסחא באופן כללי, עד שתגיעו לביטוי מהצורה:  $T(n) = A \cdot T(1) + B$ . כעת פתרו לפי המקרים. במקרים 1,3, העזרו בשיוויון:  $x^{\log_y z} = z^{\log_y x}$  (והוכיחו את שיוויון זה)