

מבני נתונים

תרגיל 2

גלעד אשרוב נטע ברקאי צבי קופלוביץ'

27 במרץ 2012

תאריך הגשה: בתרגול 4, בקבוצת התרגול (תאריך אחרון: 17.04.12)

ההגשה ביחידים. פותר להתייעץ ולפתור את התרגילים בקבוצה אך יש לכתוב את הפתרונות באופן עצמאי. חל איסור פוחלט להחזיק פתרון כתוב של סטודנט אחר.

שימו לב שהתרגיל מכיל שני עמודים

שאלה 1. הצג חסם עליון וחסם תחתון ל - $T(n)$ עבור כל אחת מנוסחאות הנסיגה הבאות. הנח ש- $T(n)$ שווה 1 לכל $n \leq 3$. מצא חסמים הדוקים ככל שניתן, והצדק את תשובתך.

א. $T(n) = T(n/2) + 2^n$

ב. $T(n) = T(\sqrt{n}) + \Theta(\log \log n)$

ג. $T(n) = T(n/2 + \sqrt{n}) + \sqrt{6044}$

ד. $T(n) = T(n-2) + \log n$

ה. $T(n) = T(\alpha n) + T((1-\alpha)n) + \Theta(n)$ עבור קבוע $0 < \alpha < 1$. (פתרו בעזרת שיטת עצי הרקורסיה)

ו. $T(n) = T(\sqrt{n}) + 1$

ז. $T(n) = \sqrt{n}T(\sqrt{n}) + 500n$. (רמז: הציבו $S(n) \stackrel{\text{def}}{=} T(n)/n$)

שאלה 2. נסמן ב- $f^{(i)}(n)$ את הפעלת הפונקציה f על n - פעמים i . לדוגמא, $f^{(3)}(n) = f(f(f(n)))$. נגדיר את $\log^*(n)$ להיות ה- i המינימלי המקיים: $\log^{(i)}(n) = 1$. לדוגמא: $\log^*(16) = 3$, שכן,

$$\log^{(3)}(16) = \log(\log(\log(16))) = \log(\log(4)) = \log(2) = 1.$$

בצורה דומה מתקיים: $\log^*(65536) = 4$, $\log^*(2^{65536}) = 5$. הצג חסם הדוק לנוסחת הנסיגה הבאה:

$$T(n) = T(\log n) + 1$$

$$T(1) = 1$$

שאלה 3. מצאו חסם הדוק אסימפטוטית לנוסחא הבאה:

$$T(n) = \frac{1}{n} + \sum_{i=1}^{n-1} [T(i) - T(i-1)]$$
$$T(0) = 0, \quad T(1) = 1$$

רמז: השתמשו בכך ש: $\sum_{i=1}^k \frac{1}{i} \in \Theta(\log k)$.