

מבני נתונים

תרגיל 1

גלעד אשרוב נטע ברקאי צבי קופלוביץ'

20 במרץ 2012

תאריך הגשה: בתרגול 2, בקבוצת התרגול (תאריך אחרון: 28/03/12)

ההגשה ביחידים. פותר להתייעץ ולפתור את התרגילים בקבוצה אך יש לכתוב את הפתרונות באופן עצמאי. חל איסור פוחלט להחזיק פתרון כתוב של סטודנט אחר.

שאלה 1. עבור כל אחת מהטענות הבאות, קבע האם הטענה נכונה תמיד, לעולם אינה נכונה, או לפעמים נכונה. עבור שני המקרים הראשונים (נכונה תמיד / כלל אינה נכונה) הצג הוכחה. עבור המקרה השלישי (לפעמים נכונה) - הראה דוגמא שעבורה הטענה נכונה, ודוגמא עבורה הטענה אינה נכונה. הנח ש- $f(n), g(n)$ פונקציות לא שליליות.

א. $f(n) \in O(f(n)^2)$.

ב. $f(n) + g(n) \in \Theta(\max\{f(n), g(n)\})$.

ג. $f(n) + O(f(n)) \in \Theta(f(n))$.

הבהרה: תהי פונקציה $h(n) \in O(f(n))$. האם $f(n) + h(n) \in \Theta(f(n))$?

ד. $f(n) \in \Omega(g(n))$ וגם $f(n) \in o(g(n))$ (שימו לב לכך שה- o הוא קטן).

ה. $f(n) \notin O(g(n))$ וגם $g(n) \notin O(f(n))$.

שאלה 2. מצא חסם אסימפטוטי הדוק לפונקציות הבאות (והוכח את תשובתך):

א. $f(n) = \sum_{i=1}^n i \log i$.

ב. $f(n) = \sum_{i=1}^{\log n} i \log i$.

ג. $f(n) = \sum_{i=1}^n i^2 \log i$.

שאלה 3. חלקו את הרשימה הבאה למחלקות שקילות, כך ש- $f(n)$ ו- $g(n)$ שייכות לאותה מחלקה אם ורק אם $f(n) \in \Theta(g(n))$. נתחו את הסדר שבין מחלקות השקילות שהצגתם, ומיינו אותם לפי סדר (אין צורך להוכיח כל מעבר):

$$n^{\log \log n} \quad 2^n \quad 3^n \quad n! \quad n^3 \quad \frac{1}{n} \quad (n+1)! \quad 4^{\log n} \quad n^2$$
$$n^{\log n} \quad \log(n!) \quad n \ln n \quad \log 2^n \quad \log^n 2 \quad 5n^2 + 6 \quad n^{\log(n!)}$$

לאחר מיון הפונקציות הנ"ל למחלקות שקילות, בחרו חמישה זוגות של פונקציות מהנ"ל והוכיחו את הקשר ביניהם $(O, \Omega, \Theta, o, \omega)$.