

מבני נתונים 89-120

תרגיל 9

גלעד אשרוב כינרת ברגר

9 ביוני 2011

תאריך הגשה: 19.06 בתאים (קומה ראשונה בבניין המחלקה)
נא לרשום מספר קבוצה על גבי הפתרון!

שאלה 1. הכניסו את האיברים הבאים לערימה: 6, 12, 13, 10, 1, 4, 9, 2, 27, 14, 15 (משמאל לימין). הראו את מצב הערימה לאחר כל הכנסה.

שאלה 2. הראו כיצד בעזרת ערמה $heap$ ניתן למזג k מערכים ממויינים למערך ממוין אחד בזמן $O(n \log k)$, כאשר n הוא סכום גודלי המערכים.

(הערה - ודאו שהינכם יודעים לפתור את הבעיה הבאה, ללא ניקוד, וללא קשר לערימה: בהינתן שני מערכים ממויינים בגודל n, m , יש לבנות מערך ממוין בגודל $n + m$ המכיל את איחוד האיברים שבשני המערכים, בזמן $O(n + m)$.)

שאלה 3. נתונה רשימה של n מספרים. ברצוננו לבצע את הלולאה הבאה $n - 1$ פעמים.

1. הוצא את שני המספרים הקטנים ביותר, x ו- y , מהרשימה והדפס אותם.

2. צור מספר חדש שהוא סכום המספרים שהוצאו, ז"א $z = x + y$.

3. הכנס את z לרשימה.

אלגוריתם פשוט לביצוע המשימה ייקח זמן $\Omega(n^2)$, אפילו אם המספרים כבר נתונים בצורה ממוינת. תאר/י מבני נתונים ואלגוריתם מתאים שיבצעו זאת בזמן $O(n \log n)$.
בנוסף: (למחשבה בלבד, ללא ניקוד) עבור פתרון בזמן $O(n)$ בהנחה שהרשימה כבר ממוינת.

שאלה 4.

1. נתונים שני מערכים ממויינים בגודל n . הראו אלגוריתם המוצא את החציון של איברי שני המערכים בזמן $O(\log n)$.

2. נתונים שני מערכים ממויינים, האחד בגודל n , השני בגודל m , הראו אלגוריתם המוצא את החציון של איברי שני המערכים בזמן $O(\log(n + m))$.

בשני הסעיפים מותר להניח ש- n, m חזקות שלמות של 2 לשם פשטות.

שאלה 5. בכיתה למדנו את אלגוריתם *select* (מציאת האיבר ה- k בגודלו) כאשר חילקנו את כל האיברים ל- $n/5$ קבוצות בנות חמישה איברים בכל קבוצה. בשאלה זו, הנכם נדרשים להכליל את האלגוריתם. נניח את השינוי הבא: במקום לחלק ל- $n/5$ קבוצות, הניחו כי מחלקים את האיברים ל- $n/(2m+1)$ קבוצות בנות $2m+1$ איברים בכל קבוצה.

1. כמה איברים מצליח למפות "חציון החציונים"? הראו ניתוח כפי שביצענו בכיתה.

2. מהו זמן הריצה של האלגוריתם? מהו זמן הריצה כאשר $m = 1$? מהו זמן הריצה אם m אינו קבוע?

שאלה 6. נתון מערך A בעל n מספרים. עלינו לבצע עבוד מקדים בזמן לינארי כך שלאחר מכן בהינתן שאילתא של מספר שלם $1 \leq k \leq n$, נוכל להחזיר את k האיברים הקטנים ביותר בזמן $O(k)$.