

מבני נתונים 89-120

תרגיל 7

גלעד אשרוב
כינרת ברגר
12 במאי 2011

ההגשה ביחידים. כל סטודנט נדרש לכתוב בעצמו ולבדו את הפתרון.
נא לציין שם, תעודת זהות ומספר קבוצה על גבי הפתרון!
תאריך הגשה: 18-23 במאי

שאלה 1.

א. בהינתן הקודקודים הבאים: 2, 10, 5, 8, 3, 0, 60, 92, 73, 12, 1, 4, 81, הכניסו אותם ל:

(1) עץ AVL.

(2) Splay tree.

ב. הוציאו מ-2 העצים את האיברים הבאים: 1, 2, 0, 60, 10, 2, 1. ציירו את העץ לאחר כל הכנסה / הוצאה.

שאלה 2. בהינתן עץ AVL בו כל מפתח אינו מופיע יותר מפעם אחת נגדיר את הפעולה $Cut(T, k)$:

אם k לא בעץ, הפעולה לא עושה דבר;

אם k בעץ, הפעולה מפרקת את העץ ל-3 עצים באופן הבא:

(1) עץ חיפוש בינארי T_1 המכיל את כל הקודקודים הקטנים מ- k .

(2) עץ חיפוש בינארי T_2 המכיל את כל הקודקודים הגדולים מ- k .

(3) צמת המכיל את k .

א. תארו אלגוריתם המממש את Cut , כאשר העצים הנוצרים צריכים להיות עצי AVL. סיבוכיות הזמן הנדרשת היא $O(n)$ במקרה הגרוע.

א. תארו אלגוריתם המממש את Cut , כאשר העצים הנוצרים לא בהכרח עצי AVL (אך כן עצי חיפוש בינאריים). סיבוכיות הזמן הנדרשת היא $O(\log n)$ במקרה הגרוע.

בשני הסעיפים הניחו כי n הוא מספר הקודקודים בעץ והסבירו את נכונות האלגוריתם והעמידה בדרישת הסיבוכיות.

שאלה 3. עבור הטענות הבאות, לכל טענה קבע אם היא נכונה או לא והוסף נימוק לנכונות הטענה / דוגמא נגדית.

א. כל עץ AVL הוא עץ חיפוש בינארי

ב. כל עץ חיפוש בינארי הוא מאוזן

ג. כל עץ מאוזן הוא עץ AVL

ד. אחרי כל הכנסה של איבר חדש לעץ AVL חייבים לתקן את העץ

שאלה 4. נתונים שני עצי AVL T_1 ו- T_2 וקודקוד v כך ש- v קטן מכל איברי T_1 וגדול מכל איברי T_2 .

א. הראו כיצד ניתן ליצור עץ AVL T המכיל את T_1, T_2, v באופן יעיל. ניתן להניח כי $h(T_1) \geq h(T_2)$.

ב. כיצד תבצעו את האיחוד מבלי הקודקוד v .

שאלה 5. בהינתן שני עצי חיפוש בינאריים T_1, T_2 בעלי אותם n מפתחות, הראו כיצד ניתן לעבור מ- T_1 ל- T_2 תוך שימוש בכלל היותר $2n+O(1)$ רוטציות (פעולות Zig-Zig, Zi-g-Zag, Zig).

שאלה 6. נגדיר עצי AVL ע"י התנאי: עבור כל קודקוד, הפרש הגבהים של תת העצים שלו הוא לכל היותר 2.

א. הוכיחו שהתנאי מספיק כדי לקבל עצים שגובהם לוגריתמי (אין צורך בחישוב מדויק כמו שעשינו עבור עצי AVL אלא מספיק חסם לוגריתמי כלשהו).

ב. תארו איך נשמור על התנאי (מותר להשתמש ברוטציות של עצי AVL).

ג. מהם היתרונות והחסרונות של עצי AVL ?