

מבנה נתונים – 89-120
תרגיל 8

גלעד אשרוב צבי קופלביץ'

16 מאי, 2010

ההגשה ביחידים. כל סטודנט נדרש לחשוב, לפתור ולכתוב את התרגיל בעצמו. מותר להתייעץ עם סטודנטים אחרים - רק אחרי שניסית בכל כוחך לפתור את התרגיל לבד. חל איסור מוחלט להסתכל על תרגיל כתוב של סטודנט אחר, וחובה על כל סטודנט לכתוב את התרגיל לבדו.

תאריך הגשה: בתרגול הבא (23.05 – 26.05), בקבוצות התרגול.
שימו לב: הסדר השתנה. קבוצות יום ראשון מגישות ראשונות.
קבוצה 08 – התרגול מבוטל עקב יום הסטודנט. הסטודנטים מתבקשים להגיש בכל אחת משאר קבוצות התרגול.

1. עץ הפוך הוא עץ שבו המצביעים אינם הולכים מההורה לבנים, אלא להפך, מהבנים להורה, ז"א לכל קודקוד בעץ יש רק מצביע אחד, לאביו, כאשר מצביע שיוצא מהשורש הוא NULL. בהינתן מצביע לקודקוד בעץ ניתן בקלות להגיע לשורש של העץ. עצים כאלה לאו דווקא בינאריים ומספר בניו של קודקוד אינו מוגבל.

אוסף של עצים הפוכים מנוהל ע"י כך שממזגים מדי פעם שני עצים הפוכים T_1 ו- T_2 ע"י כך שהופכים את T_1 כתת-עץ (נוסף) של שורשו של T_2 , ז"א משנים את המצביע NULL שיוצא משורשו של T_1 להצביע על T_2 . התנאי לאיחוד כזה הוא שב- T_1 יהיה מספר קודקודים קטן או שווה למספר הקודקודים ב- T_2 , ז"א תולים תמיד את העץ הקטן (מבחינת מספר קודקודים) בעץ הגדול.
איך ניתן לממש את מבני הנתונים כדי לאפשר, בהינתן מצביעים לשורשים של T_1 ו- T_2 , איחוד של העצים בזמן קבוע (לא תלוי בגודל העץ)? תארו/י את מבני הנתונים והאלגוריתם המתאימים. שימו לב שבמבנה כפי שתואר לעיל, אין אפשרות לגלות נתונים על העץ כשיש רק מצביע לשורש, היות ומהשורש אין אפילו דרך להגיע לבניו.

2. הכנס/י לפי סדר משמאל לימין, את האיברים
1, 10, 2, 9, 3, 8
לתוך עץ AVL שהיה ריק בהתחלה.
ציירו/י את העץ אחרי הכנסת האיבר הרביעי (9), החמישי (3) והשישי (8).

3. לפי החוק החדש, הקנס על איחור בהחזרת ספר לספרייה הוא 2 אגורות ביום הראשון, אבל הקנס עולה בריבוע עם כל יום איחור נוסף. תוך כמה ימים מגיעים לקנס של n שקלים?

4. באלגוריתם של Boyer & Moore הגדרנו את Δ_2 עם שני תיקונים:

תיקון 1: לכל סיפא נחפש מופע מוקדם יותר, אך נדרוש שהאות הקודמת לסיפא תהיה שונה.

תיקון 2: בחיפוש אחר מופע מוקדם יותר, נאפשר גלישה של המופע מעבר להתחלת המחרוזת.

סמן "כף" או "לא" במשבצות המתאימות במטריצה הבאה (לצורך התרגיל, הוסיפו הסברים):

אם נשתמש בתיקון 1 אך לא בתיקון 2.	אם נשתמש בתיקון 2 אך לא בתיקון 1.	
		האלגוריתם לא יעבוד.
		האלגוריתם יעבוד, אך יהיה מהיר פחות.
		האלגוריתם יעבוד, מהירותו לא תשתנה, אך הוא ידרוש יותר שטח.
		האלגוריתם יעבוד, מהירותו לא תשתנה, אך השטח הדרוש יקטן.

5. הוכח באינדוקציה על מבנה העץ את הטענה הבאה: בעץ בינרי מלא (ז"א עץ שעבורו לכל קדקד פנימי יש 2 בנים) עם n קדקדים יש $n-1$ קשתות.

6. נתון דו-תור (deque) שאורכו בלתי ידוע. אין לנו מצביע לראש או לזנב, רק לאיבר מסוים a שלא ידוע לנו מיקומו היחסי ברשימה. מחפשים איבר x שידוע שהוא ברשימה אך לא ידוע איפה, ואסור לנו להשתמש במצביע נוסף מלבד המצביע לאיבר הנוכחי שמאותחל בהצבעה על a .

(א) נבצע חיפוש בצורה הבאה: עבור $k = 1, 2, 3, \dots$, עוברים ברשימה, החל מהאיבר a , k צעדים שמאלה וחזרה, אח"כ k צעדים ימינה וחזרה, עד שמוצאים את x . אם נסמן את המרחק (מספר הצעדים) am ל x ב n , מהי הסיבוכיות של החיפוש המוצע?

(ב) כתוב/י אלגוריתם טוב יותר המבצע את אותו חיפוש בזמן $O(n)$, בהנחה שמותר להשתמש במצביעים נוספים.

(ג) כתוב/י אלגוריתם טוב יותר המבצע את אותו חיפוש בזמן $O(n)$, מבלי שמותר להשתמש במצביעים נוספים. רמז: השתמש/י בסדרה שונה עבור k .