

## מבני נתונים 89-120

### תרגיל 4

גלעד אשרוב      צבי קופלביץ'

6 באפריל 2010

ההגשה ביחידים. כל סטודנט נדרש לחשוב, לפתור ולכתוב את התרגיל בעצמו. פותר להתייעץ עם סטודנטים אחרים - רק אחרי שניסית בכל כוחך לשבת על התרגיל לבד. בכל אופן, חל איסור פוחלט להסתכל על תרגיל כתוב של אחר, וחובה על כל סטודנט לכתוב את התרגיל לבדו.

**תאריך הגשה:** בתרגול הקרוב (תרגול 5)

**בכל השאלות, כאשר אתם נדרשים להציג אלגוריתם, הנכם צריכים גם להסביר מדוע האלגוריתם עובד. בשאלה 2 - אנו מצפים להוכחה פורמלית.**

**שאלה 1.** בשיעור התרגול ראינו כיצד ממירים ביטוי בצורת *infix* לביטוי בצורת *postfix*. הנחנו באלגוריתם כי הביטוי לא מכיל סוגריים. הציגו אלגוריתם הממיר ביטוי מצורת *infix* לצורת *postfix* התומך בביטויים המכילים סוגריים. כמו-כן, יש צורך לשים לב לקדימויות של סוגריים, כלומר - לשים לב לקדימויות בין  $\{, \}, [], ()$ . הציגו פסאדו-קוד.

#### שאלה 2

1. רשימה מעגלית היא רשימה מקושרת שבה האיבר האחרון מצביע לאיבר הראשון. כלומר:

$$x_1 \rightarrow x_2 \rightarrow \dots \rightarrow x_n \rightsquigarrow x_1 \rightarrow x_2 \dots$$

הציגו אלגוריתם המקבל כקלט רשימה, ומחזיר האם היא מעגלית או רשימה רגילה (רשימה שבה האיבר האחרון מצביע ל - NULL). הציגו פסאדו קוד. האלגוריתם צריך לעבוד בזמן  $O(n)$  ולהשתמש בסיבוכיות זיכרון של  $O(1)$ .

2. רשימה חלקית מעגלית היא רשימה שבה האיבר האחרון מצביע לאיבר כלשהו ברשימה. כלומר, הרשימה נראית בצורה הבאה:

$$x_1 \rightarrow x_2 \rightarrow \dots \rightarrow x_n \rightsquigarrow x_i \rightarrow x_{i+1} \dots$$

כאשר  $1 \leq i \leq n$  (ולכן, רשימה מעגלית שהוגדרה בסעיף 1) היא מקרה פרטי של רשימה חלקית מעגלית). הציגו אלגוריתם המקבל כקלט רשימה, ומחזיר האם היא חלקית מעגלית או רשימה רגילה. הציגו פסאדו-קוד. האלגוריתם צריך לעבוד בזמן  $O(n)$  וסיבוכיות זכרון של  $O(1)$ . יש להוכיח שזמן הריצה של האלגוריתם הוא  $O(n)$ .

3. כתוב אלגוריתם המקבל כקלט רשימה חלקית מעגלית, ומוצא את אורך הרשימה -  $n$ , ואת מיקום איבר המפגש  $i$ . הצג פסאדו-קוד.

**שאלה 3.** נניח שישנה רשימה המצביעה במקום כלשהו אל תוך רשימה אחרת. כלומר, תהי:

$$L_1 = a_1 \rightarrow \dots \rightarrow a_k \rightarrow x_1 \rightarrow \dots \rightarrow x_n$$

ותהי

$$L_2 = b_1 \rightarrow \dots \rightarrow b_\ell \rightarrow x_1 \rightarrow \dots \rightarrow x_n$$

כלומר, לשתי הרשימות יש התחלה שונה, והחל ממקום מסויים, שתיהן מתמזגות לאותה רשימה.

1. הצג אלגוריתם המקבל כקלט את הראשים של שתי הרשימות  $(a_1, b_1)$  ומחזיר את נקודת המפגש  $(x_1)$ .  
האלגוריתם יכול לרוץ בזמן  $O(|L_1| + |L_2|) = O(k + \ell + 2n)$ .

2. במקרה ש  $k$  ו  $\ell$  קטנים ממש מ  $n$ , האלגוריתם שהצגת בסעיף 1 הוא בזבזני. יהי  $d \stackrel{\text{def}}{=} \max\{k, \ell\}$ . הצג אלגוריתם הרץ בזמן  $O(d^2)$ . (הצג פסאדו-קוד).

3. חשוב על שיפור לאלגוריתם שהצגת בסעיף הקודם, והצג אלגוריתם שרץ בזמן  $O(d)$  (שוב, יש להציג פסאדו-קוד).

**שאלה 4.** בתרגול ראינו את פעולת המחסנית בריצה של פונקציה רקורסיבית. הציגו ריצה של פונקציית  $\text{fib}(5)$ , כאשר  $\text{fib}$  ממומש בצורה רקורסיבית (כפי שראינו בתרגול 1):

```
fib(n)
  if n = 1 or n = 2
    return 1
  return fib(n-1) + fib(n-2)
```

**שאלה 5.** נתבונן בפעולות הבאות:

- $\text{allocate}(n)$  - הקצה  $n$  מקומות.
- $\text{initiate}$  - אתחל את כל הערכים ל  $\text{NULL}$ .
- $\text{insert}(i, x)$  - הכנס את  $x$  למקום  $i$ .
- $\text{access}(i)$  - החזר את האיבר במקום  $i$ .

נתבונן במימוש הפעולות הנ"ל בעזרת מערך. מימוש פעולת  $\text{initiate}$  הוא  $O(n)$ , ושאר הפעולות -  $O(1)$  (וסיבוכיות זיכרון -  $O(n)$ ).

עליכם להציג מבנה נתונים התומך בפעולות הנ"ל, ועלות כל אחת מהפעולות הוא-  $O(1)$  (כלומר, גם פעולת  $\text{initiate}$  עולה  $O(1)$ ). סיבוכיות הזכרון -  $O(n)$ .

**רמז:** השתמשו במערך, ומחסנית.

**שאלה 6.** בתרגול דיברנו על רשימת דילוגים בעלת שתי רמות, כאשר ברמה התחתונה נמצאים כל האיברים של הרשימה, וברמה העליונה נמצאים כל הנציגים, כאשר כל נציג נמצא במרחק  $\sqrt{n}$  משכנו. ראינו שבמקרה כזה, חיפוש במקרה הגרוע ביותר עולה  $2\sqrt{n}$ .

הראהו כיצד ניתן לסדר אחרת את המרחקים בין הנציגים, כך שחיפוש במקרה הגרוע ביותר יעלה  $\frac{3}{2}\sqrt{n}$ .