

מבני נתונים 89-120

תרגיל 2

גלעד אשרוב צבי קופולביץ'

10 במרץ 2010

ההגשה ביחידים. כל סטודנט נדרש לחשוב, לפתור ולכתוב את התרגיל בעצמו. פותר להתייעץ עם סטודנטים אחרים - רק אחרי שניסית בכל כוחך לשבת על התרגיל לבד. בכל אופן, חל איסור פוחלט להסתכל על תרגיל כתוב של אחר, וחובה על כל סטודנט לכתוב את התרגיל לבדו.

תאריך הגשה: בתרגול הקרוב

בכל השאלות אתם נדרשים לכתוב הוכחות מלאות, כפי שלמדנו בכיתה. כלומר, אם משתמשים בשיטת ההצבה - יש צורך להוכיח אינדוקטיבית את הצעד. אסור להשתמש במשפט המאסטר (משפט האב) שלמדתם בקורס אחר.

שאלה 1. מצאו פתרון מדויק לנוסחאות הנסיגה הבאות (ניתן להניח ש n חזקה שלמה של 3):

.1

$$\begin{aligned}T(n) &= 3T\left(\frac{n}{3}\right) + n^2 \\T(1) &= 27\end{aligned}$$

.2

$$\begin{aligned}T(n) &= 9T\left(\frac{n}{3}\right) + n \\T(1) &= 27\end{aligned}$$

שאלה 2. מצאו פתרון מדויק לנוסחת הנסיגה הבאה (ניתן להניח ש n חזקה שלמה של 2):

.1

$$\begin{aligned}T(n) &= T\left(\frac{n}{2}\right) + 1 \\T(1) &= 1\end{aligned}$$

.2

$$\begin{aligned}T(n) &= 2T\left(\frac{n}{2}\right) + n \log n \\T(1) &= 0\end{aligned}$$

.3

$$\begin{aligned}T(n) &= 2T(\sqrt{n}) + \log n \cdot \log \log n \\T(0) &= 0\end{aligned}$$

שאלה 3. מצאו חסם הדוק אסימפטוטית לנוסחאות הנסיגה הבאות:

$$\begin{aligned}T(n) &= \frac{1}{n} + \sum_{i=1}^{n-1} [T(i) - T(i-1)] \\T(0) &= 0, \quad T(1) = 1\end{aligned}$$

רמז: השתמשו בכך ש: $\sum_{i=1}^k \frac{1}{i} \in \Theta(\log k)$.

שאלה 4. הציגו חסם הדוק אסימפטוטית לנוסחת הנסיגה הבאה:

$$\begin{aligned}T(n) &= \log n \cdot T\left(\frac{n}{2}\right) \\T(1) &= 1\end{aligned}$$

שאלה 5. הציגו פתרון מדויק לנוסחת הנסיגה הבאה (ניתן להניח ש n חזקה שלמה של 2):

$$\begin{aligned}T(n) &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\log n} T(2^{i-1}) = \frac{1}{2} \left(T(1) + T(2) + T(4) + \dots + T\left(\frac{n}{4}\right) + T\left(\frac{n}{2}\right) \right) \\T(1) &= 1\end{aligned}$$