

אלגוריתמים 2 – מועד ב', תשע"ד – 89-322

כא' אלול תשע"ד, 16/09/2014

שעה 12:00

פרופ' עמיהוד אמיר, פרופ' אלי פורת

אין להשתמש בחומרי עזר

1. (20 נקודות) נתון ה LP הבא:

$$\min \sum_{i=1}^n c_i x_i \quad \text{פונקציית מטרה:}$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1 \quad \text{אילוצים:}$$

$$\forall i = 1, \dots, n, \quad x_i \geq 0$$

תאר כפונקציה של x, n ו c מה התוצאה האופטימלית, ועבור אילו ערכים מתקבלת תוצאה זו. אם התוצאה האופטימלית מתקבלת עבור קבוצות ערכים שונות מספיק לכתוב קבוצה אחת שנותנת ערך אופטימלי. נמק את תשובתך.

תשובה:

שימו לב שבאלף האינדיקס, x_i הם בין 0 ל 1. כלומר, אם נבחר את $c = \min\{c_i\}$ נקבל אלף x_i :

$$\sum_{i=1}^n c_i x_i \geq \sum_{i=1}^n c x_i = c \sum_{i=1}^n x_i = c$$

כלומר, אם ניקח $x_j = 1$, כאשר j הוא אחד האינדקסים עבורם $c_i = c$, וכאן יתר המשתנים $x_i = 0$, $j \neq i$, נקבל פתרון. למעשה כל חלוקה של ערכים שסכומם שווה ל 1 למשתנים באינדקסים עבורם $c_i = c$, תתן פתרון.

קודי שגיאה:

1. אין הוכחה למינימליות (-10).
2. תשובה לא נכונה אך יש לה לצרף שיש משמעות לאדלי c_i (-18).
3. הוכחת מינימליות לא מושלמת (-5).
4. הוכחת מינימליות שגויה (-8).

2. (30 נקודות) נתון טקסט $T[0..n-1]$ באורך n עבורו כל $T[i]$ הוא זוג אברים $\langle T_1[i], T_2[i] \rangle$ מאלפבית Σ . אנו אומרים שתבנית $P = P[0..m-1]$, $P[i] \in \Sigma$, מוכלת ב T במקום i אם לכל $j = 0, \dots, m-1$ מתקיים ש

$$P[j] = T_1[i+j] \quad \text{או}$$

$$P[j] = T_2[i+j]$$

דוגמה: עבור $\langle 2,3 \rangle, \langle 7,8 \rangle, \langle 1,5 \rangle, \langle 2,4 \rangle, \langle 1,3 \rangle, \langle 1,2 \rangle$

$$P = 2,5,8 \quad \text{ו}$$

יש הכלה באינדקס 2.

נתון גם שאין שום תו שמופיע פעמיים ב P .
 כתוב אלגוריתם המוצא את כל ההכלות של תבנית P בטקסט T .
 מה רעיון האלגוריתם שלך? מה זמן הריצה שלו? נמק. (בהנחה שהאלגוריתם נכון, ככל
 שהאלגוריתם יעיל יותר יינתנו יותר נקודות.)

תשובה:

רעיון האלגוריתם הוא כדלהלן: היות וכל תו מופיע בתבנית רק פעם אחת, אט
 נרוץ על הטקסט ולכל תו מופיע בתבנית נקדם את מונה ההופעות באינדקס
 המתאים, ואט אט נדאע שום לוג הטקסט לא יכיל את אותו תו מופיע פעמיים
 (למשל צ"י זה ששנה אחד מהם לתו X מופיע בתבנית) אז בסוף הריצה, יש
 הופעה של התבנית בדיוק במקומות בהם המונה הוא m . לכן הריצה הוא $O(n)$
 לאלפבית סופי נתון, ו $O(n \log m)$ לאלפבית כללי.

קודי שגיאה:

1. אלגוריתם נאיבי (-20) .
2. אלגוריתם נכון בזמן $O(n\sqrt{m \log m})$ (-10) .
3. כסימל מוצמדים צ"י הופעת התו הראשון (יכול להיות שמהיה התאמה במקומות
 שדולאו באלף האבר
 השני בזוג (-15) .
4. אלגוריתם בזמן $O(nm \log m)$ (-20) .
5. השתמש ברעיון של preprocessing (כמו ב KMP או באלגוריתם דו-קרבי), לא צורך
 כאן (-30) .
6. אלגוריתם בזמן $O(n\sqrt{m \log m})$ ללא כל הפרטים (-15) .
7. אין טיפול בזמנות ב T בהם אותו תו מופיע פעמיים (-5) .
8. אין התייחסות לאלפבית אינסופי (-5) .
9. אלגוריתם בזמן $O(m \log n)$ (-30) .

בהצלחה