

דף תרגילים 7

201 – 88 תשע"ח סמסטר ב'

תרגיל 1 עבור הפרמטריזציה של המישור $ax + by + cz = d$ שמצאתם בדף תרגילים הקודם, מציאו את מקדמי גמא, בשתי דרכים:

א. לפי הגדרה.

ב. באמצעות הנוסחה $\Gamma_{ij}^k = \frac{1}{2}(g_{il;j} - g_{ij;\ell} + g_{j\ell;i})g^{\ell k}$.

תרגיל 2 מציאו פרמטריזציה של גליל עם רדיוס a סביב ציר z וחשבו את הוקטור הנורמל בכל נקודה (היעזרו בתזכורת לעיל).

תרגיל 3 חשבו את מקדמי גמא עבור הפרמטריזציה של הגליל שמצאתם בשאלה הקודמת,

א. לפי הגדרה.

ב. באמצעות הנוסחה $\Gamma_{ij}^k = \frac{1}{2}(g_{il;j} - g_{ij;\ell} + g_{j\ell;i})g^{\ell k}$.

תרגיל 4 (2015 מועד א')

נתון טורוס המתקבל כמשטח סיבוב של המעגל $(x - a)^2 + z^2 = b^2$ במישור xz סביב ציר ה- z ($a > b$).

א. מציאו פרמטריזציה של הטורוס.

ב. חשבו את התבנית היסודית הראשונה של הטורוס.

ג. חשבו את סמלי גמא של הטורוס.

תרגיל 5 (2011 מועד א')

בקואורדינטות $(u^1, u^2) = (x, y)$, נניח $f(x, y) = \frac{9}{x}$ ונתבונן במטריקה המוגדרת על ידי נוסחה:

$$g_{ij}(x, y) = f(x, y)^2 \delta_{ij}$$

חשבו את המקדמים $\Gamma_{11}^1, \Gamma_{12}^1, \Gamma_{21}^1, \Gamma_{22}^1$ של המטריקה.

תרגיל 6 הראו כי $\Gamma_{ij}^k = \langle x_{ij}, x_\ell \rangle g^{\ell k}$ (זו טענה 6.4.1 מההרצאה)

תרגיל 7 יהיו $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$. הוכיחו את כלל לייבניץ:

$$\langle f, g \rangle' = \langle f', g \rangle + \langle f, g' \rangle$$

(זו למה 6.5.2 מההרצאה)

תרגיל 8 הראו כי $g_{ij;k} = 2g_{m\{i}\Gamma_{j\}k}^m$ (זו למה 6.5.3 מההרצאה)

תרגיל 9 בטאו את מקדם Γ_{ij}^k באמצעות מקדמי המטריקה g_{ij} . (זה משפט 6.6.1 מההרצאה)

תרגיל 10 הראו כי אם $g_{ij} = \mu^2 \delta_{ij}$ עבור $0 < \mu \in \mathbb{R}$ אז לכל עקומה $\alpha : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^2$ מתקיים

$$L(x \circ \alpha) = \mu L(\alpha)$$

באשר $L(\gamma)$ מסמן אורך של עקומה.