

דף תרגילים 12

201 – 88 תשע"ח סמסטר ב'

תרגיל 1 נסתכל על משטח בקואורדינטות (x, y) בעל המטריקה

$$(g_{ij}) = \begin{pmatrix} \frac{1}{y} & 0 \\ 0 & \frac{1}{y} \end{pmatrix}$$

עבור $y > 0$.

חשבו את עקמומיות גאוס בכל נקודה של המשטח.

תרגיל 2 נסתכל על משטח בקואורדינטות (x, y) בעל המטריקה

$$(g_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & y \end{pmatrix}$$

עבור $y > 0$. חשבו את עקמומיות גאוס בכל נקודה של המשטח.

תרגיל 3

נתונה ספירת היחידה S^2 . מיצאו פרמטריזציה כמשטח סיבוב וחשבו עקמומיות גאוס $K(\theta, \phi)$ בשתי דרכים:

א. כדטרמיננטה של העתקת ווינגרטון.

ב. באמצעות הנוסחה

$$K = \frac{2}{g_{11}} \left(\Gamma_{1[1,2]}^2 + \Gamma_{1[1]}^j \Gamma_{2]j}^2 \right)$$

תרגיל 4 נתונה העקומה $\alpha(t) = (\cot(t), \frac{1}{2} \sin(2t))$ עבור $0 < t < \pi$.

א. סרטטו סקיצה של העקומה.

ב. מיצאו עקמומיות $k_\alpha(t)$ (אין צורך לפשט).

ג. הראו כי העקומה היא הגרף של הפונקציה $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$.

ד. באמצעות אופרטור בייטמן, מיצאו עקמומיות $k_\alpha(x, y)$. (אין צורך לפשט).

תרגיל 5 בתרגול ראינו את העקומה

$$\alpha(t) = \left(\sin(t), \frac{1}{2} \sin(2t) \right), \quad t \in [0, 2\pi]$$

ע"ס סקיצה שלה הסקנו כי עקמומיות מסומנת כוללת היא 0. הראו זאת ישירות כלומר:

א. מיצאו את העקמומיות המסומנת בכל נקודה.

ב. חשבו את העקמומיות המסומנת הכוללת.

רמז: היעזרו בסימטריה של הפונקציות הטריגונומטריות סביב $x = \pi$ כלומר בנוסחאות

$$\sin(\pi + \theta) = -\sin(\pi - \theta), \quad \cos(\pi + \theta) = \cos(\pi - \theta)$$