שאלון בחינה בקורס: גיאומטריה אוקלידית ולא-אוקלידית (88-537)
סמסטר א', מועד ב': 07.04.19
מרצה: פרופ' מיכאל כץ
זמן בחינה: שלוש שעות

<u>**יש לענות על כל השאלות 1-5 ולתת נימוק והסבר. שאלת בונוס היא רשות.**</u>

1. (20 נקודות)
   א. הגדר בצורה מפורטת את המושגים של פרספקטיביות ופרואקטיביות בין ישרים פרואקטיביים במישור פרואקטיבי.
   ב. הוכח שפרואקטיביות בין שני ישרים שונים היא תמיד הרכבה של שתי פרספקטיביאויות.
   ג. האם כל פרואקטיביות בין ישר ℓ לעצמו היא בהכרח הרכבה של 3 של פרספקטיביאויות?

2. (15 נקודות) הוכיחו את משפט Menelaus: נקודות D,E,F על צלעות BC,CA,AB של משולש ABC הן קולינאריות אם ורק אם $\frac{BD}{DC}\frac{CE}{EA}\frac{AF}{FB}=-1$.

3. (15 נקודות) יהיו A,B,C,D,E נקודות נתונות במישור. תנו בנייה מפורטת בשלבים, המתחילה עם ישר שרירותי x דרך A ומייצרת נקודה $Y\in x$ (בדרך כלל $Y\neq A$) הנמצאת על חתך החרוט העובר דרך A,B,C,D,E.

4. (25 נקודות) בשאלה הזאת, ניתן להשתמש באקסיומות של מישור פרואקטיבי <u>בלבד</u>.
   א. נסח את האקסיומות של מישור פרואקטיבי.
   ב. הוכח (על סמך אקסיומות בלבד) שאם A נקודה לא על ישר ℓ אזי קיימת התאמה חד-חד ערכית בין ישרים דרך A לבין נקודות על ℓ.
   ג. נניח שבמישור פרואקטיבי, יש בדיוק n נקודות על כל ישר. מצא מספר נקודות במישור הפרואקטיבי.

5. (25 נקודות) יהי S מעגל במישור. משולש במישור נקרא *פולרי לעצמו* כאשר כל קודקוד הוא פולרי (ביחס ל- S) לצלע ממול. יהי ABC משולש פולרי לעצמו.
   א. הוכח שמרכז של S הוא נקודת חיתוך של גבהות של ABC.
   ב. הוכח שמשולש ABC הוא כהה זוית.
   ג. הוכח שאחד מן הקודקודים של ABC בהכרח נמצא בתוך המעגל ושניים חוצה לו.

(**שאלת בונוס** 10 נקודות) תהי P נקודה במישור הנמצאת בתוך אליפסה E. יהי XY מיתר של E העובר דרך נקודה P. יהיו s,t משיקים לאליפסה בנקודות X,Y ונגדיר $A=s\cap t$. באופן דומה יהי $X'Y'$ מיתר אחר דרך P, s',t' משיקים ב X',Y' וגם $A'=s'\cap t'$. נתבונן בישר $p=AA'$. הוכח או הפרך: בהכרח ישר p הוא פולרי לנקודה P.

ב ה צ ל ח ה !