88524 – דף תרגילים 6

1. נסתכל על קבוצת ההעתקות הפרוייקטיביות מהישר הפרוייקטיבי  לעצמו אשר שומרות על הקבוצה  (ז"א: לכל  מתקיים ).

א. לאיזו חבורה איזומורפית קבוצת ההעתקות הנ"ל? הוכיחו איזומורפיזם.

ב. כמה העתקות פרוייקטיביות כאלו ישנן? מצא את כולן (כלומר רשמו את צורתן המפורשת:  ).

ג. כתבו את המטריצות המתאימות להעתקות אלו ב .

1. יהיה C מעגל ב-, עם רדיוס 5 , שמרכזו בראשית. מצאו את משוואת הישר הפולרי לנקודה P ביחס ל-C כאשר:
   1. P=(3,4)
   2. P=(2,2)
2. יהי C מעגל. משולש נקרא דואלי לעצמו אם כל קודקוד הוא פולרי לצלע שמולו ביחס לC.

יהי ABD משולש דואלי לעצמו.

* 1. הוכיחו שמרכז המעגל הוא חיתוך גבהי המשולש.
  2. הוכיחו כי אחד מקודקודי המשולש הוא בהכרח בתוך המשולש והשניים האחרים מחוץ לו.
  3. ציירו ציורים מתאימים ל-א' ו-ב'.

1. יהי C מעגל ש-O מרכזו.
   1. מהו הישר הפולרי ל-O ב- ?
   2. בהנחה ש- {z=0} מייצג את הישר באינסוף במישור הפרוייקטיבי , תהיינה A,B שתי נקודות שונות על ישר זה, ויהיו a,b הישרים הפולרים המתאימים להן. מהי נקודת החיתוך של a ו-b ?

4. יהי C מעגל שמרכזו M ו-P נקודה שאינה על C השונה מ-M . תהיינה X,Y נקודות על C כך ש-

1. זוית PMX שווה זוית PMY

2. הישר PX חותך את המעגל C בנקודה נוספת: X'

3. הישר PY חותך את המעגל בנקודה נוספת: Y'.

נגדיר .

הוכיחו: א. . ב. אם Q בתוך המעגל אז P,R מחוץ לו (הסתמכו על תכונות ידועות של הישר הפולרי).

הגדרה: יהי p ישר ו-C חתך חרוט. הנקודה P אשר הישר p הוא הפולרי לה נקרא קוטב של p .

5. כזכור, הישר הפולרי לנקודה P (מחוץ ל-C ) הוגדר בעזרת העבר שני ישרים דרך P החותכים את המעגל בנקודות: X,X',Y,Y' . בנו את הבניה הדואלית לכך כאשר המקביל הדואלי לנקודה על המעגל הוא משיק בנקודה זו, ז"א: יהי p ישר (החותך את המעגל בשתי נקודות). בנו את הקוטב ל-p ע"י בחירת שתי נקודות על p ו-4 משיקים מהן למעגל.