

אינפי 1 תרגיל 9

18 בדצמבר 2014

- מצאו את מספר הפתרונות של המשוואות הבאות בקטע הנתון. (אין צורך למצוא את הפתרונות עצמם). הוכיחו קביעתכם.
 - $x^3 + x^2 = 1$ בקטע $[0, 1]$.
 - $e^x = 10x$ בקטע $[0, 10]$.
- תהי $f(x)$ רציפה ב $[0, a]$, $f(a) = 0$. הוכיחו שקיים $x_0 \in [0, \frac{a}{2}]$ כך ש $f(x_0) = f(x_0 + \frac{a}{2})$.
רמז: הסתכלו על הפונקציה: $g(x) = f(x + \frac{a}{2})$.
- תהי $f(x) = \sqrt[3]{8x - x^2}$. הוכיחו שקיימת נקודה $0 < c < 8$ כך ש $f'(c) = 0$.
- א. הוכיחו שבין כל שני שורשים של פולינום קיים שורש של הנגזרת שלו. (תזכורת: שורש של פו' f הוא מספר c המקיים $f(c) = 0$)
ב. השתמשו בסעיף א' כדי להוכיח שלמשוואה ממעלה שניה יש לכל היותר שני פתרונות.
ג. חשבו את הגבולות הבאים. במידה והגבול לא קיים, הסבירו מדוע.

א. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$

ב. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$

ג. $\lim_{x \rightarrow \infty} e^x \cos x$

ד. $\lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x}$

ה. $\lim_{x \rightarrow -\infty} 4x^2 + 6x + 2$

ו. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x}$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sin \frac{1}{x} \quad \text{ז.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \cos\left(\frac{1}{x}\right) \quad \text{ח.}$$

6. א. הוכיחו: אם $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = 0$ וגם $f(x) > 0$ לכל x , אז $\lim_{x \rightarrow c} \frac{1}{f(x)} = \infty$.

ב. אם נוריד את הדרישה של $f(x) > 0$ לכל x , האם עדיין הטענה תהיה נכונה? נמקו.