

תורת הקבוצות, 88-202

פרופ' אסף רינות, גב' תמר בר-און

מועד א', תשע"ח

משך המבחן: 3 שעות.

אין להשתמש בכל חומר עזר מכל סוג שהוא.

יש לענות על כל השאלות. משקל כל שאלה: 15 נקודות.

ציון מבחן מקסימלי: 100 נקודות.

1. נניח κ מונה אינסופי. הוכיחו כי $2^\kappa = 3^\kappa$.

2. הוכיחו כי לא קיים מונה κ המקיים $2^\kappa = \beth_\omega$.

3. נניח A קבוצה טרנזיטיבית. הוכיחו כי $\mathcal{P}(A)$ טרנזיטיבית.

4. נניח (L, \leq) קבוצה סדורה קווית בת-מניה שאיננה ריקה.

נסמן ב- \leq את הסידור הרגיל של קבוצת המספרים הרציונליים \mathbb{Q} .

הוכיחו כי קס"ח המכפלה $(\mathbb{Q}, \leq) \times (L, \leq)$ איזומורפי-סדר ל- (\mathbb{Q}, \leq) .

5. נניח S קבוצה שבת ב- ω_1 . הוכיחו כי קיים $\alpha \in S$ כך ש- $\omega^\alpha = \alpha$.

6. הוכיחו כי עקרון הסדר הטוב שקול (מעל ZF) לאקסיומת הבחירה.

7. הוכיחו כי לכל פונקציה $f: \omega_1 \rightarrow \omega_1$, הקבוצה $\{\alpha < \omega_1 \mid f[\alpha] \subseteq \alpha\}$ מהווה סל"ח ב- ω_1 .

8. נניח κ מונה חריג. הוכיחו כי קיימת קבוצה של מונים A כך ש- $\text{cf}(\kappa) = |A|$ ו- $\sup(A) = \kappa$.

9. הוכיחו או הפריכו: אם α מהווה נקודת שבת של פונקציית ה- \beth , אז α מהווה נקודת שבת של פונקציית ה- \aleph .

בהצלחה!