

תורת הקבוצות, 88-202

ד"ר אסף רינות, גב' תמר נחשוני

מועד ב, תשע"ו

משך המבחן: 3 שעות.

אין להשתמש בכל חומר עזר מכל סוג שהוא.

יש לענות על כל השאלות. משקל כל שאלה: 15 נקודות.

ציון מבחן מקסימלי: 100 נקודות.

1. הדגימו קיומם של שלושה סודרים שונים α, β, γ עבורם $(\alpha + \beta) \cdot \gamma \neq \alpha \cdot \gamma + \beta \cdot \gamma$.

2. הגדירו את פונקציית $\text{On} \rightarrow \text{ICN}$, \aleph , והוכיחו כי לכל סודר גבולי α מתקיים כי \aleph_α הוא גבולי חזק.

3. נניח $\aleph_{\omega_6} = 2^{\aleph_0}$. חשבו את $\text{cf}((\aleph_1)^{\aleph_0})$.

4. נניח κ מונה גבולי חזק. הוכיח כי לכל מונה אינסופי $\lambda > \text{cf}(\kappa)$ מתקיים $\kappa^\lambda = \kappa$.

5. נניח A תת-קבוצה של ω_1 שאיננה בת-מניה. הוכיחו כי $\{\sup(A \cap \alpha) \mid \alpha < \omega_1\}$ סל"ח ב- ω_1 .

6. נניח κ מונה אינסופי, ו- α סודר המקיים $0 < \alpha < \kappa$.

הוכיחו כי קיים סודר β כך ש- $|\beta| = \kappa$ ו- $\text{cf}(\beta) = \text{cf}(\alpha)$.

7. הוכיחו (תוך שימוש מפורש באקסיומת הבחירה) כי \aleph_1 מונה סדיר.

8. הוכיחו כי לא קיימת פונקציה חח"ע שומרת סדר מ- (\aleph_1, \in) ל- $(\mathbb{R}, <)$.

9. הוכיחו או הפריכו: לכל פונקציה $f : \aleph_\omega \rightarrow \omega$ קיים $\omega > n$ כך ש- $|f^{-1}\{n\}| = \aleph_\omega$.

בהצלחה!