

בחינה בקורס תורת הקבוצות (01-202-88) - מועד א

אוניברסיטת בר-אילן, יום ה', י"ח מנחם אב תשע"ב (25.7.13 למ')

מרצה: בועז צבאן.

מתרגל: חיים שרגא רוזנר.

משך הבחינה: שעתיים וחצי.

אין להשתמש בחומר עזר כלשהו.

הנחיות

א. השתדל לענות על כל השאלות.

השתמש במחברת הבחינה לטייטה, ולאחר שמצאת פתרון מספק, כתוב אותו בצורה מסודרת **בגוף הבחינה**, במקום הפנוי המצוי לאחר השאלה.

אם יש צורך במקום נוסף עבור התשובה, אפשר להמשיכה בגב אותו דף.

ב. המבחן הוא בשיטת "צבור כפי יכלתך":

הניקוד הכולל על כל שאלה הוא 35 נקודות או יותר.

עד 10 נקודות בונים יינתנו עבור סדר, נקיון, ואלגנטיות התשובות.

ניקוד	שאלה
	1
	2
	3
	סדר ונקיון
	סה"כ

שאלות המבחן מופיעות בעמודים הבאים.

בהרה: גם אם הדבר לא כתוב בשאלה, עליך לנמק את תשובותיך.

בהצלחה!

שאלה 1

א. הגדר: הקבוצה A סדורה היטב על ידי $<$. (5 נקודות)

ב. יהיו A, B קבוצות סדורות היטב. הגדר את הסדר המילוני על $A \times B$. (5 נקודות)

ג. הוכח שהסדר המילוני על מכפלת קבוצות סדורות היטב הוא סדר טוב. (25 נקודות)

תשובה:

שאלה 2

א. נסח את משפט הרקורסיה על אברי סודר δ . (10 נקודות)

ב. הגדרה: תהי P קבוצה סדורה חלקית. קבוצה $A \subseteq P$ היא קופינלית ב P אם לכל $p \in P$ יש $a \in A$ כך ש $p \leq a$.

הוכח: אם P סדורה באופן מלא (קוי), אז יש ל P תת־קבוצה קופינלית שהיא סדורה היטב על ידי $<$.
(בהוכחתך, אפשר להתנסח בצורה ה"טבעית", כמקובל בשלבים המתקדמים של הקורס.) (25 נקודות)

תשובה:

שאלה 3

א. הגדר: הקופינליות של סודר גבולי α . (10 נקודות)

ב. הוכח את משפט קניג: לכל מונה אינסופי κ , $\kappa < \kappa^{\text{cf}(\kappa)}$. (25 נקודות)

ג. הוכח, בהנחת השערת הרצף המוכללת (GCH), ש $\aleph_{\omega+\omega}^{\aleph_\omega} = \aleph_{\omega+\omega+1}$. (10 נקודות)

תשובה: